

Esercizi su ricerca di Estremi Vincolati.
Anno Accademico 2010-2011.

1. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y) = e^{xy}$ su

$$E = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{2} + y^2 \leq 1 \right\}.$$

2. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y) = (1 - x^2 - 4y^2)^2$ su

$$Q = \{(x, y) : |x| \leq 1, \quad |y| \leq 1\}.$$

Determinare anche eventuali estremi locali.

3. Determinare la distanza dall'origine di \mathbb{R}^3 della circonferenza di centro $(1, 1, 1)$, raggio $R = 1$, contenuta nel piano $x + y = 2$.

4. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ su

$$T = \left\{ (x, y) : -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \quad 0 \leq y \leq x + \frac{\pi}{4} \right\}.$$

5. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y, z) = x + y + z$ su $D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 + xy \leq 1\}$.

6. i) Sia $L = \{(x, y) \mid x + y = 3, x \geq 0, y \geq 0\}$. Data $f(x, y) = \left(1 + \frac{x}{2}\right) \left(1 + \frac{y}{2}\right)$, trovarne i massimi e i minimi assoluti su L .

- ii) Sia $S = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$. Data $g(x, y, z) = \left(1 + \frac{x}{2}\right) \left(1 + \frac{y}{2}\right) \left(1 + \frac{z}{2}\right)$, trovarne i massimi e i minimi assoluti su S .

7. Trovare la minima distanza del punto $P(0,0)$ da $\Gamma = \{(x, y) \mid (x - 1)^3 - y^2 = 0\}$. È possibile utilizzare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange? Giustificare la risposta.

8. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y) = \arctan((x + 3)^2 + (y + 2)^2)$ nel triangolo di vertici $A(-1, -3)$, $B(2, -3)$ e $C(2, 0)$.

9. Determinare i massimi e i minimi assoluti di $f(x, y) = x^y$ nell'insieme chiuso e limitato compreso tra le curve $x = y^2 + 1$ e $x = 5$.

10. Calcolare la distanza della retta $3x + 2y + 4 = 0$ dall'origine, in due modi: prima sostituendo $y = -\frac{1}{2}(3x + 4)$ nella funzione $x^2 + y^2$, poi utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

11. Usando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare i punti di massimo e di minimo della funzione $f(x, y)$ soggetta al vincolo $g(x, y) = 0$ nei seguenti casi:

- (a) $f(x, y) = (x - y)^2$, $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1$;
(b) $f(x, y) = e^{-(x^2 + y^2)}$, $g(x, y) = 3x + 4y - 25$;
(c) $f(x, y) = xe^y$, $g(x, y) = e^y + x^2 - 3$;
(d) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3z^2$, $g(x, y) = x + y + z - 1$.