

Analisi Matematica 1
(giustificare le risposte)

Vicenza, gennaio 2010.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{|x+1|}\right)$$

(Dominio, segno, eventuali simmetrie, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità e derivabilità, crescita e decrescita, eventuali minimi e massimi relativi ed assoluti, eventuali attacchi di f' , abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio di f'' .)

2. Determinare l'insieme di concavità e convessità di

$$f(x) = \sqrt{|4e^{2x} - 4|}.$$

3. Studiare la convergenza assoluta e la convergenza (semplice) della seguente serie, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^{n(\alpha-1)}}{2n}.$$

4. Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log\left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{2n^2}}{\frac{1}{n^3} \cos\left(\frac{1}{n}\right)}.$$

5. Si consideri la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + xy.$$

- (a) Calcolare le derivate parziali $f_x(x, y)$ e $f_y(x, y)$.
- (b) Trovare gli eventuali punti critici di f , calcolare la matrice Hessiana nei punti critici e determinarne la natura.