

**MATEMATICA A, Esercizi di autovalutazione, 2**  
(giustificare le risposte)

Vicenza, ottobre 2006.

**Funzioni e numeri complessi**

1. Determinare dominio e segno della funzione  $f(x) = \arccos(|x + 1| - 6) - \pi/3$ .
2. Determinare dominio, segno, eventuali simmetrie e periodicità della funzione  $f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{\cosh(\sin x)}\right)$ .
3. Determinare dominio e segno della funzione  $f(x) = \arctan\left(\sqrt{4e^{2x} - 9e^x + 2} - 2e^x\right)$ .
4. Determinare dominio, segno, eventuali simmetrie e periodicità della funzione  $f(x) = \log(\cosh^2 x - 4 \cosh x + 5)$ .
5. Determinare dominio, segno, eventuali simmetrie e periodicità della funzione  $f(x) = \frac{\log(\sin x)}{\sin x - 1}$ .
6. Data la funzione  $f(x) = 2x^2 - x$ :
  - a) determinare  $f(\mathbf{R})$ ,  $f([1/2, +\infty[)$ ,  $f^{-1}([0, +\infty[)$ ,
  - b) dire se  $f$  è iniettiva;
  - c) dire se  $f$  è suriettiva;
  - d) dire se  $f$  ha una restrizione biunivoca sull'immagine e determinarla in caso affermativo.
7. Risolvere le equazioni:

$$iz^2 - 2z - 2 - i = 0 \quad iz^2 - 2\bar{z} - 2 - i = 0$$

nell'insieme dei numeri complessi.

8. Determinare e rappresentare nel piano di Gauss l'insieme

$$E = \{z \in \mathbf{C} : (Re(z) + 3)^3 (|z + (1 + i)| - 5)^2 = 0\}.$$

9. Determinare e rappresentare nel piano di Gauss l'insieme

$$E = \left\{ z \in \mathbf{C} : \left| \frac{|z|^2 - i\sqrt{5}}{z^2 + 2i} \right| > 1 \right\}.$$

10. (a) Determinare al variare di  $a \in \mathbb{R}$  le soluzioni complesse di

$$z^2 + \bar{z}^2 - 2|z|^2 + i(z - \bar{z}) + 2z = i - a.$$

- (b) Determinare e disegnare nel piano di Gauss l'insieme

$$A = \{z \in \mathbf{C} : |z^2 - (\bar{z})^2| + 2z\bar{z} \leq 8\}.$$

- (c) Determinare i valori di  $a \in \mathbb{R}$  per i quali risulta non vuota l'intersezione tra l'insieme delle soluzioni trovate nel punto (a) e l'insieme  $A$  del punto (b).

11. Determinare l'insieme  $A$  dei numeri complessi  $z$  che soddisfano la seguente disequazione:

$$\left| \frac{z}{\bar{z} + i\operatorname{Re}z} \right| \geq 1.$$

Disegnare  $A$  nel piano complesso.