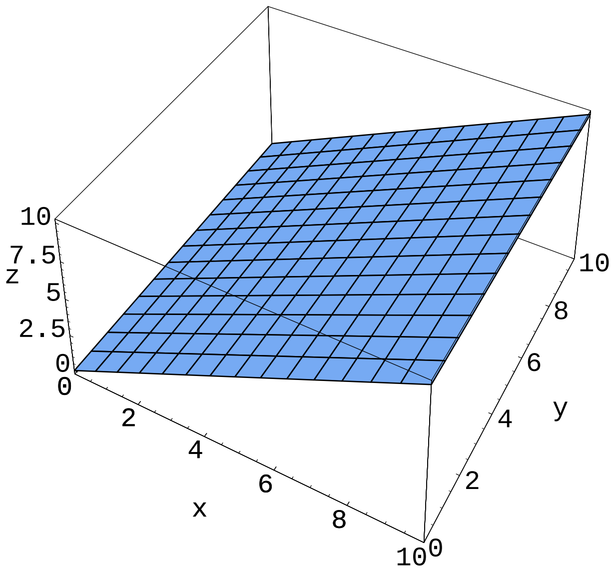
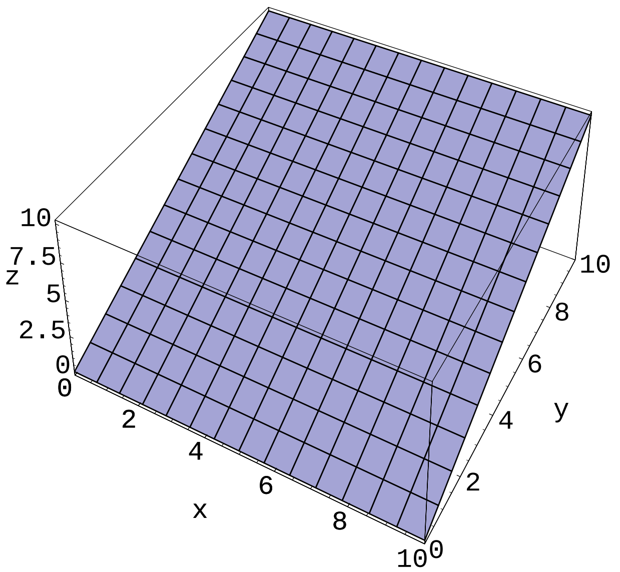
Grafici di funzioni e superfici in $\mathbf{R}^3$

SI OSSERVI CHE IN TUTTE LE FIGURE SONO RIPORTATE LE 3 DIREZIONI x, y e z. ESSE DANNO LA DIREZIONE DEGLI ASSI MA NON GLI ASSI. SI CONSIGLIA DI INDIVIDUARE SEMPRE L'ORIGINE DEL SISTEMA DI RIFERIMENTO E DI CONSIDERARE GLI ASSI A PARTIRE DA TALE PUNTO NELLE DIREZIONE x, y, z INDICATE IN FIGURA.
a, b, c sono costanti positive.



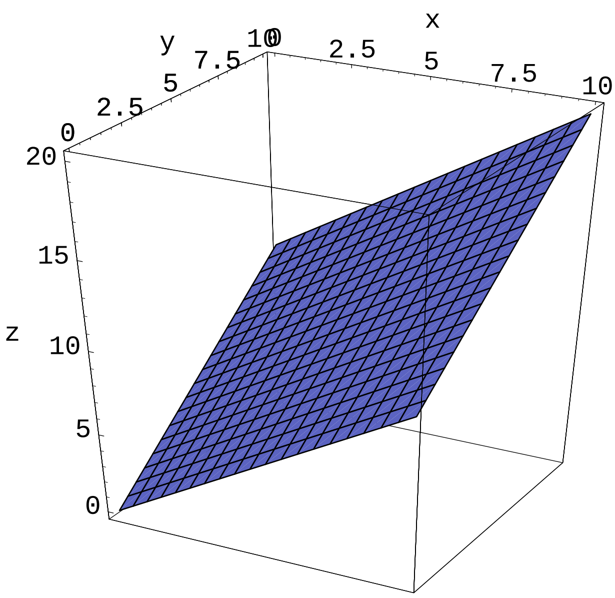
$f(x, y) = x$

Notare che il piano passa per l'asse y e interseca il piano xz sulla retta $x = z$.



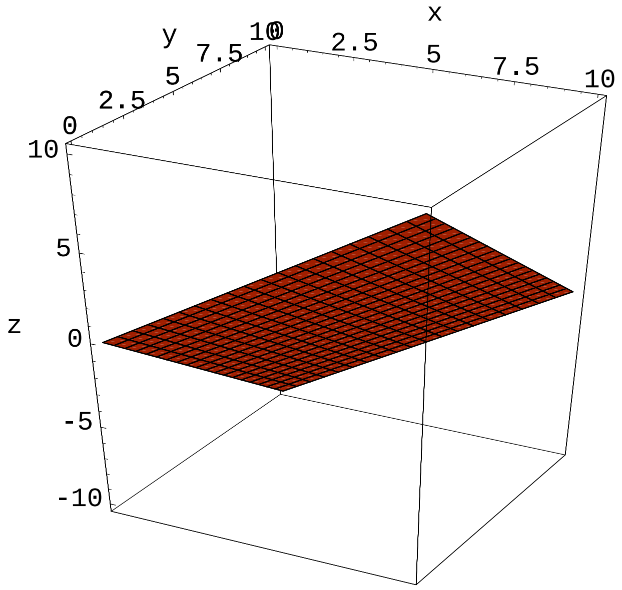
$f(x, y) = y$

Notare che il piano passa per l'asse x e interseca il piano yz sulla retta $y = z$.



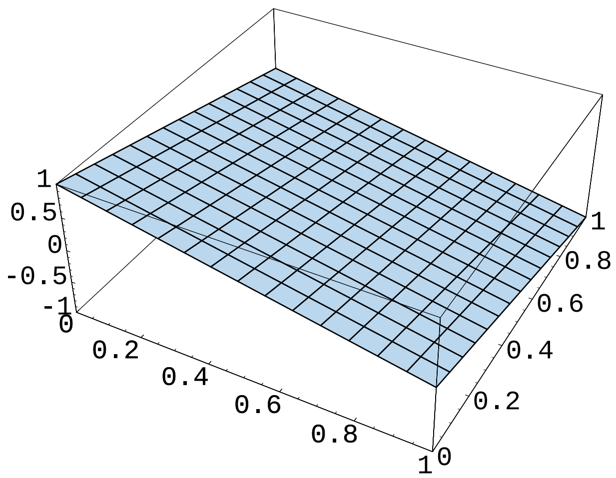
$f(x, y) = x + y$

Notare che il piano passa per l' origine e interseca il piano yz sulla retta $y = z$ e il piano xz sulla retta $x = z$.



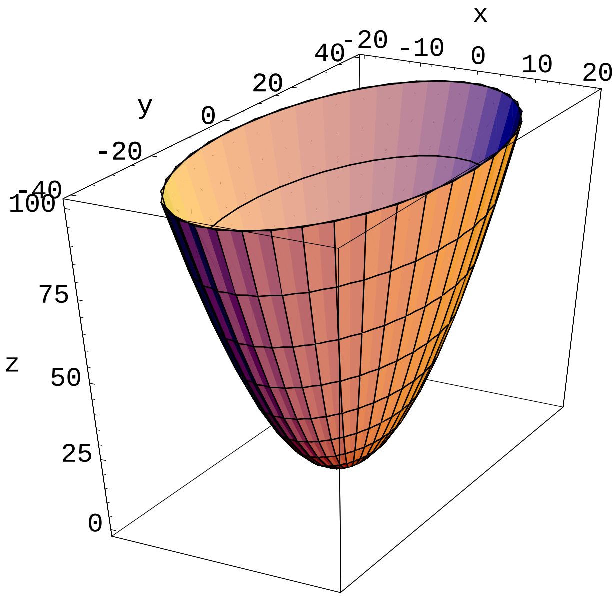
$f(x, y) = x - y$

Notare che il piano passa per l'origine e interseca il piano yz sulla retta $y = -z$ e il piano xz sulla retta $x = -z$.

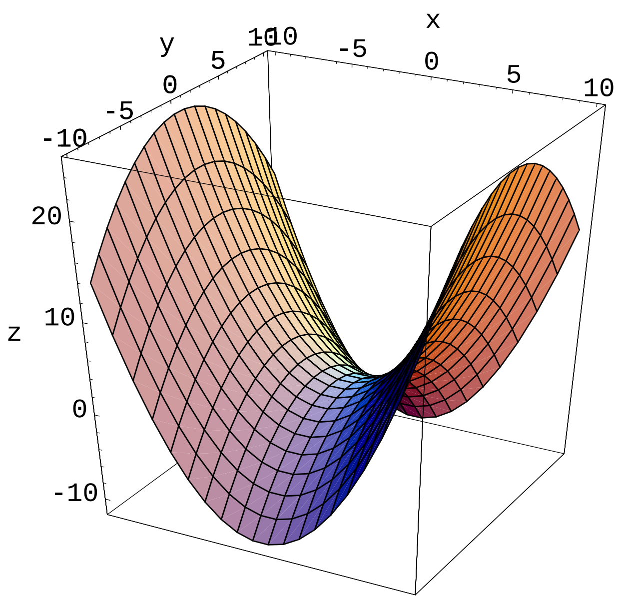


$f(x, y) = z = -x - y + 1$

Notare che le intersezioni con i tre semiassi positivi individuano assieme a $(0, 0, 0)$ un tetraedro con 3 lati uguali a 1.

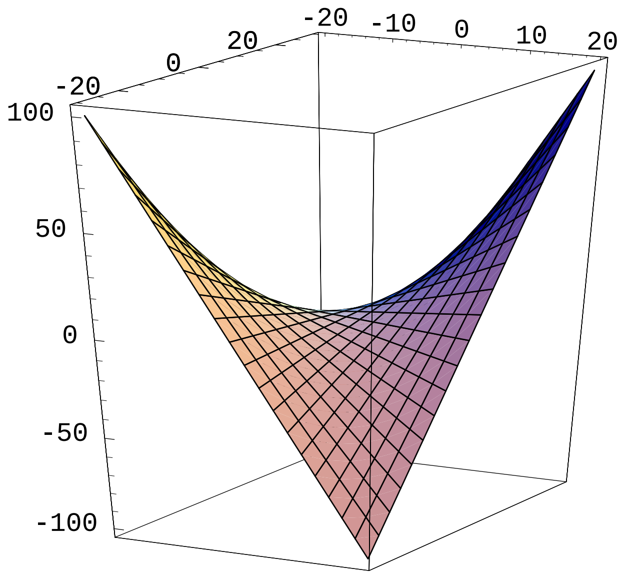


$f(x,y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$, PARABOLOIDE (ellittico) con $a = 2$ e $b = 3$.
Se $a = 1, b = 1$ esso si ottiene dalla rotazione della curva $z = y^2$ del piano zy attorno all'asse z.



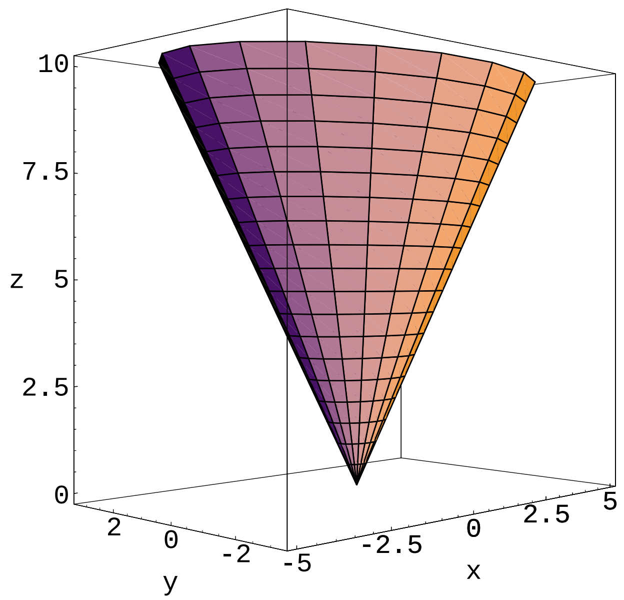
$f(x,y) = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$, PARABOLOIDE IPERBOLICO, sella di cavallo con $a = 2, b = 3$.

Le intersezioni del grafico con piani $y = c$ danno parabole rivolte verso l'alto mentre le intersezioni con piani $x = c$ danno parabole rivolte verso il basso. Notare anche che il grafico interseca il piano xy nelle due rette $\frac{|x|}{|a|} = \frac{|y|}{|b|}$.



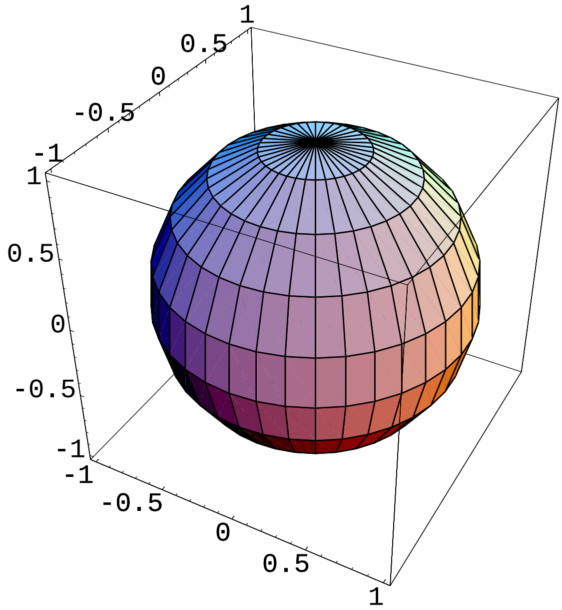
$f(x, y) = xy$, PARABOLOIDE IPERBOLICO, rigata.

Questa funzione si chiama rigata perche' le sezioni con piani paralleli ai piani xz e yz sono rette. Essa interseca il piano xy lungo gli assi.

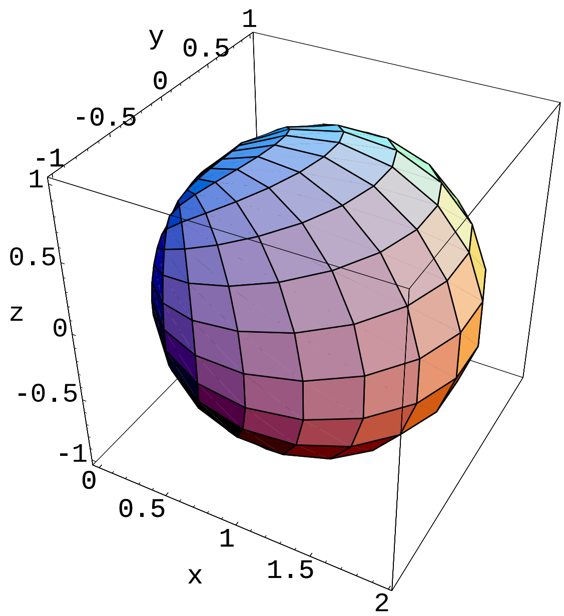


$f(x, y) = c\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}}$ CONO con $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = 1$.

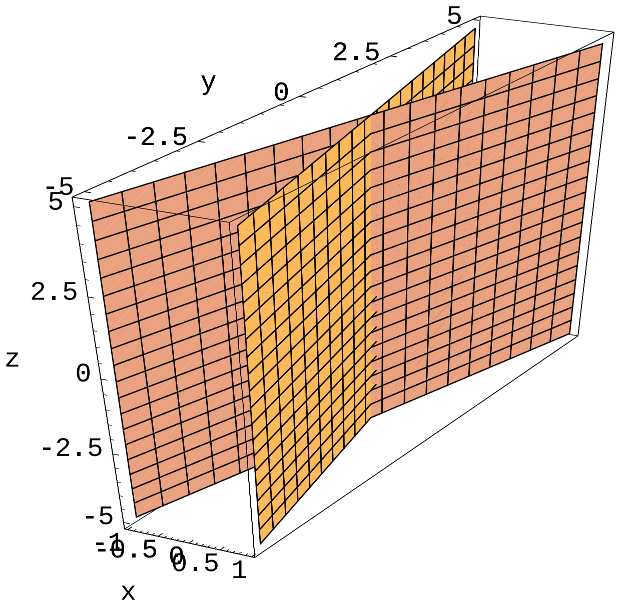
Se $a = b$ esso si ottiene dalla rotazione della curva $z = \frac{c}{b}|y|$ del piano yz attorno all'asse z.



$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ SFERA con $r = 1$.

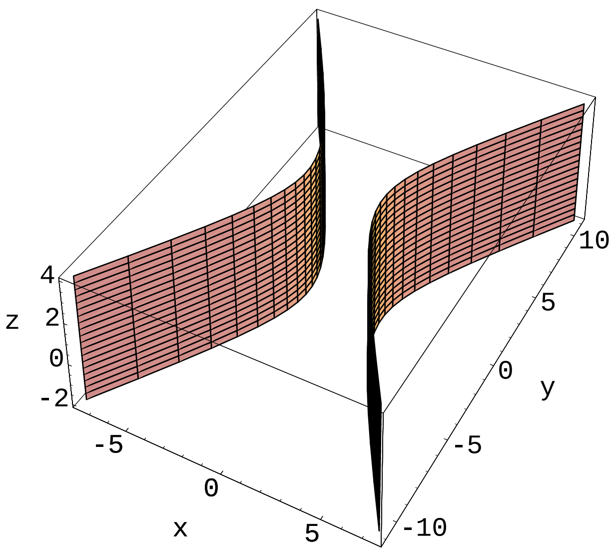


$x^2 + y^2 + z^2 - 2rx = 0$ SFERA con $r = 1$ e centro in $(1, 0, 0)$.



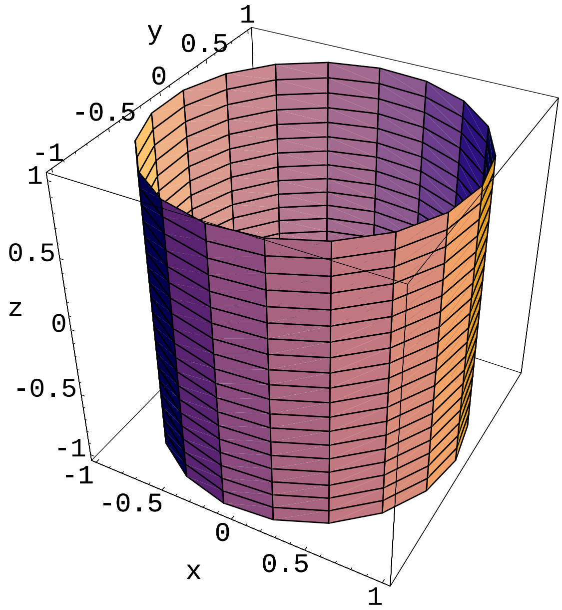
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ COPPIA DI PIANI con $a = 1, b = 5$.

Per ogni z le sezioni con un piano parrallelo al piano xy sono sempre la stessa coppia di rette.



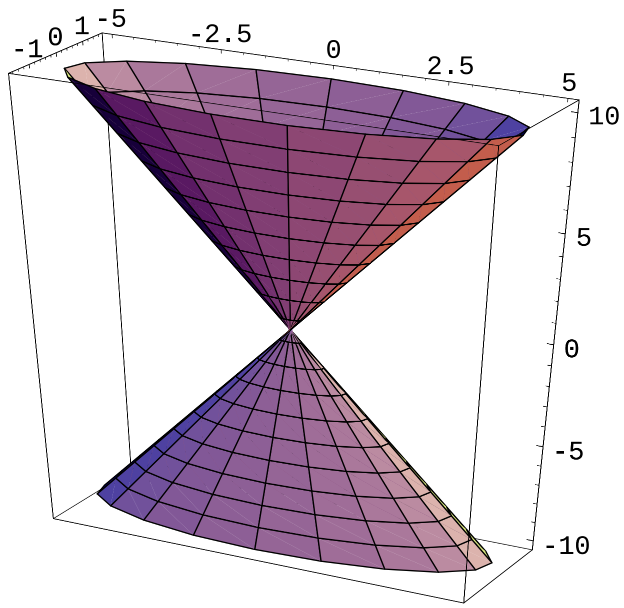
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ CILINDRO IPERBOLICO con $a = 2, b = 3$.

Per ogni z le sezioni con un piano parrallelo al piano xy sono sempre la stessa iperbole.



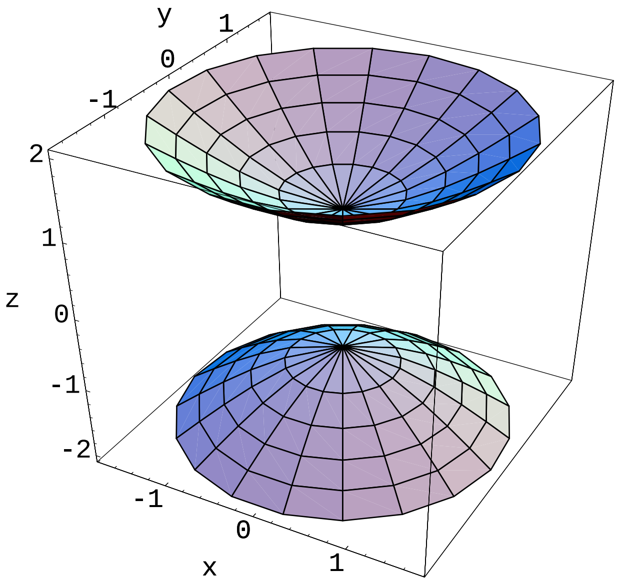
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$, CILINDRO con $a = b = 1$.

Per ogni z le sezioni con un piano parrallelo al piano xy sono sempre la stessa ellisse. Se $a = b$ si ottiene dalla rotazione della retta $y = a$ del piano zy attorno all'asse z.



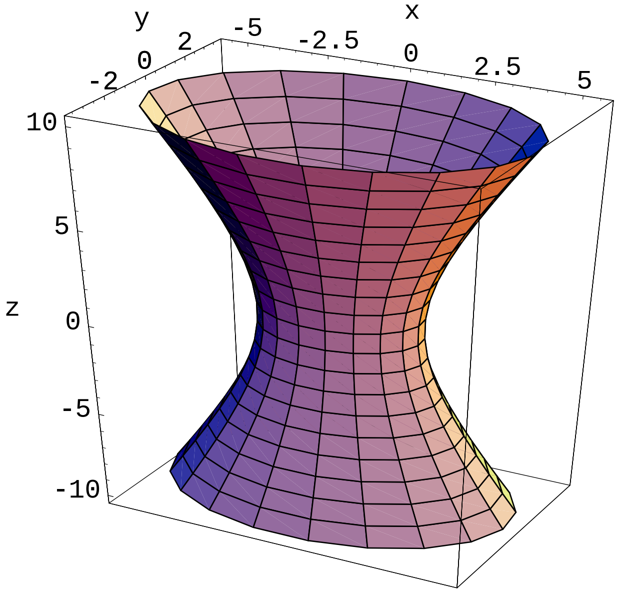
$\frac{z^2}{c^2} - (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}) = 0$, CONO (doppio) con $a = 1/2, b = 1/6, c = 1$.

Se $a = b$ si ottiene dalla rotazione della curva $y = \frac{b}{c}|z|$ del piano yz attorno all'asse z.



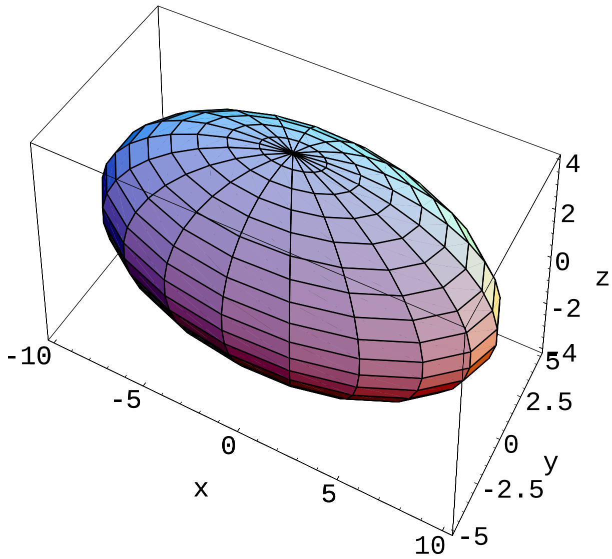
$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$, IPERBOLOIDE A DUE FALDE con $a = b = c = 1$.

Se $a = b$ si ottiene dalla rotazione dell'iperbole $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ del piano yz con $y > 0$ attorno all'asse z.



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$, IPERBOLOIDE AD UNA FALDA, con $a = 1/\sqrt{10}, b = 1/\sqrt{15}$.

Se $a = b$ si ottiene dalla rotazione dell'iperbole $-\frac{z^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ del piano yz con $y > 0$ attorno all'asse z.



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$, ELLISSOIDE, con $a = 10, b = 5, c = 4$.