

Analisi Matematica 1, Esercizi sui limiti
(giustificare le risposte)

Vicenza, novembre 2009.

Limiti di successione e di funzione

1. Calcolare i limiti seguenti:

1. $\lim_n \frac{(-1)^n \cos^2 n}{n}$; 2. $\lim_n \frac{1 + (a-1)n^3 - n \sin n + n^2 \sin(1/n)}{\log^4 n + \sqrt{n^2 + 1}}$ ($a \neq 1$);

3. $\lim_n \sqrt[n]{\frac{n^n}{n!}}$ (usare: $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = \lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n}$ se \exists il secondo); 4. $\lim_n \frac{(-1)^{n-1} - 2}{(-1)^n - 2}$;

5. $\lim_n \frac{4^n + a^n}{n^2 2^n + 5^n}$ ($a > 0$); 6. $\lim_n \frac{n^2 \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) + e^{n \sin n} + 2^{\frac{1}{3}n \log n}}{n^5 - n^5 \sin n + n^{n^{3/2}}}$.

2. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^n}{e^{n^2}}.$$

3. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^a - \cos n}{3n^2 - n^2 \sin(n^3) + \sin(\sqrt{n})}$$

per $a = 1$ e per $a = 3$.

4. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n})^n}{2^{n+\sqrt{n}}}.$$

5. Calcolare:

$$\lim_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{(n^{1/3} \sin n + (-1)^n)}.$$

6. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{1 - \cos^2 x}.$$

7. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{3x^2 - x} - \sqrt{3x^2 + x + 1}\right).$$

8. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 \sin x - x \sin(2x)}{x^2 - 1}.$$