

MATEMATICA A, Esercizi di autovalutazione, 4
(giustificare le risposte)

Vicenza, novembre 2006.

Limiti e studi di funzione (da appelli)

1. Calcolare il limite seguente:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n! - \sqrt{5}n^{2+n^3}}{n^3 \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 2n^2 \log(1+n)} n^{-n^3}.$$

2. Per ogni valore di $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \sin(\alpha x) - 1 + x^3 \sin \frac{1}{x}}{1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \log(x+1)}.$$

3. Calcolare il limite della successione

$$a_n = \frac{1 + \tan^3\left(\frac{1}{n}\right) - e^{\sin^3\left(\frac{1}{n}\right)}}{\frac{1}{n^{3+\alpha}} \left(e^{\sin^2\left(\frac{2}{n}\right)} - e^{\frac{1}{n^2}} \right)}$$

per $n \rightarrow +\infty$ al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Calcolare il limite seguente al variare di $a \in \mathbb{R}$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^{1/x} - 2e^{1/x} + \cos\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{a}{x} \log\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 + \sinh\left(\frac{1}{x}\right)} - \sqrt{1 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}\right)^{1/3}}.$$

5. Studiare la funzione

$$f(x) = xe^{\frac{1}{|2x|-1}}$$

(Dominio, segno, eventuali simmetrie, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità e derivabilità, crescita e decrescenza, eventuali minimi e massimi relativi ed assoluti, eventuali attacchi di f' , abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio di f'' .)

6. Studiare la funzione

$$f(x) = |x^2 - 4|e^{\frac{x}{|x+2|}}$$

(Dominio, segno, eventuali simmetrie, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità e derivabilità, crescita e decrescenza, eventuali minimi e massimi relativi ed assoluti, eventuali attacchi di f' , abbozzo del grafico. Non è richiesto lo studio di f'' .)

7. Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(x + 1 + e^{|x+1|})$$

(a) Determinare il dominio di f , il segno di f ed eventuali simmetrie.

- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Calcolare i limiti di f' , se significativi e disegnare un grafico qualitativo di f .
- (e) (facoltativo) Studiare concavità e convessità della funzione f .

8. Si consideri la funzione

$$f(x) = (\cos x)3^{-\frac{1}{\cos x}}$$

- (a) Determinare il dominio, il segno, eventuali simmetrie e periodicità di f .
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti.
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Calcolare i limiti di f' se significativi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f (in tutto \mathbb{R}). (Non è richiesto lo studio di f'')

9. Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) e^{\tan x}$$

- (a) Determinare il dominio di f , il segno di f , eventuali simmetrie e periodicità.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Calcolare i limiti di f' , se significativi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio. (Non è richiesto lo studio di f'')

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x-1} + \log(x^2)\right).$$

- (a) Determinare il dominio di f , il segno di f ed eventuali simmetrie.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Calcolare i limiti di f' , se significativi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f . (Non è richiesto lo studio di f'')

11. Completare lo studio delle funzioni assegnate nel foglio di autovalutazione 1 (dove erano richiesti solo lo studio del dominio e del segno).