PROGRAMMA per la PARTE A del 6/12/13
dell'esame di Analisi Matematica 1

A.A. 2013-2014

prof.: F. Albertini. P. Mannucci, M. Motta

Ingegneria Gestionale, Meccanica e Meccatronica, Vicenza

1. Dare la definizione di: maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore.
2. Dare la definizione di estremo superiore ed estremo inferiore. Enunciare la caratterizzazione di sup e inf per insiemi di numeri reali.
3. Enunciare il Principio di Induzione. (Facoltativo: esibire un esempio di applicazione)
4. Dare la definizione di Fattoriale e di Coefficiente binomiale. Enunciare la formula del binomio di Newton.
5. Dare la definizione di funzione iniettiva, di invertibilità e di funzione inversa.
6. Dare la definizione di funzione limitata; funzione monotona; funzione simmetrica e funzione periodica. Loro grafici. (Facoltativo: esibire qualche esempio)
7. Dimostrare che la stretta monotonia implica l' invertibilità di una funzione.
8. Definizione di successione e di limite per una successione.
9. Definizione di successioni convergenti, divergenti ed irregolari.
10. Definizione di successione limitata. Dimostrare che se una successione è convergente allora è limitata. Dire se è vero il viceversa. (Facoltativo: in caso contrario, dare un controesempio)
11. Enunciare e dimostrare il Teorema dell'unicità del limite per le successioni.
12. Dare la definizione di successioni monotone; enunciare il Teorema sul limite delle successioni monotone.
13. Enunciare il teorema sull'algebra dei limiti per successioni e dimostrare il limite del prodotto.
14. Enunciare e dimostrare il Teorema della permanenza del segno per successioni.
15. Enunciare e dimostrare il Teorema del confronto (detto anche dei due Carabinieri) per successioni.
16. Enunciare il teorema sull'algebra dei limiti per successione su $\mathbf{R}^*$ (aritmetizzazione parziale di $\mathbf{R}^*$). Dire quali sono le forme indeterminate.
17. Enunciare e dimostrare il Criterio del rapporto per le successioni.

18. Dare la definizione successionale e la definizione topologica (con gli intorni) di limite di funzione.

19. Dare la definizione topologica di limite di funzione nel caso

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -5,$$

scrivendo esplicitamente gli intorni.

20. Dare la definizione di limite destro e sinistro per funzioni. (Facoltativo: dare qualche esempio)

21. Definizione di f continua in x_0. Classificazione dei punti di discontinuità di f.

22. Dare la definizione di asintoti orizzontali, verticali e obliqui, con la caratterizzazione degli asintoti obliqui.

23. Enunciare e dimostrare il teorema di cambiamento di variabile (o di funzione composta) nei limiti.

24. Dimostrare che $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, ed enunciare almeno una della sue conseguenze (limiti notevoli derivati).

25. Dimostrare che $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$.

26. Enunciare e dimostrare il Teorema degli zeri

27. Dare la definizione di funzione continua ed enunciare il Teorema di Weierstrass.

28. Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi.

29. Enunciare il Teorema sui limiti destro e sinistro delle f monotone.

30. Enunciare il Teorema sulla continuità della funzione inversa.

31. Dare la definizione di derivata e la sua interpretazione geometrica (come coefficiente angolare..).

32. Dare la definizione di funzione continua e di funzione derivabile in un punto. Enunciare e dimostrare la relazione tra derivabilità e continuità.

33. Dare la definizione di derivata destra e sinistra e di punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale.

34. Enunciare il teorema sull'algebra delle derivate e dimostrare la regola di derivazione del prodotto (di Leibnitz).

35. Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione composta (regola della catena).

36. Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata della funzione inversa.

37. Dare la definizione di punto di minimo e di massimo relativo per f. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

38. Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange (o del Valor Medio).

39. Enunciare e dimostrare il Teorema Test di monotonia.

40. Enunciare il Teorema di De l'Hôspital.

41. Definizione di funzione concava o convessa e di punto di flesso. Enunciare il Teorema-test di convessità.

42. Dare la definizione del polinomio di Taylor e enunciare la Formula di Taylor con resto di Peano.

43. Dare la definizione di somma di Cauchy-Riemann e di integrale definito di f.

44. Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

45. Dare la definizione di funzione integrale. Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale ("secondo", nel libro).

46. Dare la definizione di primitiva di f. Dimostrare che due primitive differiscono al più per una costante.

47. Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale, "primo" nel libro: data G primitiva di f, $\int_a^b f(x)\,dx = ...$

48. Enunciare e dimostrare la tecnica di integrazione per sostituzione.

49. Enunciare e dimostrare la tecnica di integrazione per parti.

50. Dare la definizione di Integrale generalizzato su intervalli illimitati per funzioni non negative ed enunciare la condizione necessaria per l'integrabilità.

51. Enunciare il criterio del confronto per gli integrali generalizzati su intervalli illimitati (o limitati, a scelta).

52. Enunciare il criterio del confronto asintotico per gli integrali generalizzati su intervalli illimitati (o limitati, a scelta).

53. Dare la definizione di integrale generalizzato su intervalli limitati per funzioni non negative.

54. Dare la definizione di somma di una serie, di serie convergente, divergente ed irregolare (Facoltativo: fornire qualche esempio).

55. Definizione di serie geometrica. Enunciare e dimostrare quando converge/diverge/ è irregolare.

56. Definizione di serie armonica e di serie armonica generalizzata. Enunciare le loro proprietà di convergenza.

57. Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie.

58. Enunciare e dimostrare la proprietà delle serie a termini non negativi (non è mai irregolare..).

59. Enunciare i criteri della radice e del rapporto per le serie e dimostrarne uno a scelta.

60. Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie.

61. Serie a termini di segno variabile: definizione di convergenza assoluta. Dimostrare che la convergenza assoluta implica la convergenza semplice.

62. Definizione di serie a termini di segno alterno. Enunciare il criterio di convergenza delle serie alternate (di Leibniz).

63. Definizione di funzione da $X \subseteq \mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}$ e definizione di intorno sferico per $\underline{x} \in \mathbf{R}^n$ per $n = 2$, $n = 3$.

64. Dare la definizione di derivata parziale e di gradiente per una funzione di due variabili.

65. Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione di due variabili, enunciare la formula del gradiente.

66. Dare la definizione di F differenziabile per una funzione di due variabili.

67. Dare la definizione di piano tangente al grafico di F, funzione di due variabili.

68. Dare la definizione di derivate di ordine 2; enunciare il Teorema di Schwarz per una funzione di due variabili.

OSSERVAZIONI

- La domanda 19 potrà essere chiesta con altri valori al posto di 2 e -5, tra i quali anche $+\infty$ o $-\infty$.

- Il programma relativo alle funzioni di più variabili non è definitivo e verrà aggiornato a fine corso. Non verranno comunque aggiunte dimostrazioni a quelle già in elenco.

- Questo è il programma per la Parte A della prova scritta. Per l'eventuale parte orale ogni studente deve fare riferimento al programma dettagliato del corso relativo al proprio canale.