

## PROGRAMMA DI MATEMATICA G, A.A. 2006/2007

Corso di Laurea in ING. MECCANICA

Canale 3, Prof. Monica Motta

**Testo adottato:** *Elementi di Analisi Matematica 2* (versione semplificata per i nuovi corsi di laurea), di N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, ed. Liguori. *Testi consigliati:* Appunti di lezione. Esercizi in rete.

### Cap. 1 - Successioni e serie di funzioni

1. *Convergenza puntuale e uniforme:* definizione di convergenza puntuale e convergenza uniforme per una successione di funzioni, con esempi e controesempi.
2. *Continuità del limite:* teorema sulla continuità del limite (con dim.).
3. *Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata:* teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale (con dim.). Teorema di passaggio al limite sotto il segno di derivata (con dim.). Esempi e controesempi (facoltativi).
4. *Serie di funzioni:* definizione di serie di funzioni e di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale per le serie di funzioni. Proposizione "conv. totale implica conv. uniforme.." (solo enunciato, dim. facoltativa). Teoremi: sulla continuità della somma, di integrazione per serie, di derivazione per serie (solo enunciati).

### Cap. 4 - Integrali curvilinei e forme differenziali nel piano

34. *Curve regolari:* definizione di curva, c.semplice, c. chiusa, c. regolare, sostegno di una c., c. in forma parametrica, c. in forma cartesiana, c. in coordinate polari. Significato geometrico della definizione di curva regolare: costruzione del versore tangente e del versore normale alla curva in un punto. Equazione della retta tangente.
35. *Lunghezza di una curva:* definizione di lunghezza di una c. e di spezzata associata ad una c.. Teorema sulla rettificabilità delle curve regolari (solo enunciato).
36. *Curve orientate. Ascissa curvilinea:* Definizione di c. equivalenti e di c. equiorientate. Definizione e proprietà dell'ascissa curvilinea (con dim.)
37. *Integrale curvilineo di una funzione:* definizione di integrale curvilineo. Proprietà dell'integrale curvilineo (solo enunciato). Teorema "l'integrale curvilineo lungo curve equivalenti resta invariato.." (con dim.). Definizione di massa, centro di massa e baricentro di una curva materiale.
38. *Integrale curvilineo di una forma differenziale:* definizione di integrale di una 1-forma differenziale lineare esteso ad una curva orientata e sue proprietà (solo enunciato).

39. *Forme differenziali esatte*: definizione di 1-forma differenziale lineare esatta. Proposizione "su un dominio connesso due primitive differiscono per una costante.." (con dim.). Teorema 1 "se  $\omega$  è una 1-forma differenziale lineare esatta e  $f$  è una sua primitiva,  $\int_{\gamma} \omega = f(x_1, y_1) - f(x_0, y_0)$ .." (con dim.). Teorema 2 "caratterizzazione delle 1-forme differenziali lineari esatte su un dominio connesso, (i), (ii), (iii).." (con dim.)

40. *Forme differenziali chiuse*: definizione di 1-forma differenziale lineare chiusa. Teorema "se  $\omega$  è esatta, allora è chiusa" (con dim.) . Interpretazione fisica di tutte le definizioni relative alle 1-forme differenziali lineari (integrale, f. esatta, f. chiusa). Definizione di insieme stellato (in  $\mathbb{R}^2$  e in  $\mathbb{R}^3$ ) e di insieme semplicemente connesso (in  $\mathbb{R}^2$ ). Teorema "  $A$  stellato o semplicemente connesso e  $\omega$  chiusa in  $A$  implica  $\omega$  esatta" (solo enunciato)

*Appendice*: 42. curve e forme differenziali nello spazio: definizioni e Teoremi 1 e 3 (solo enunciati)

## Cap. 5 - Integrali doppi e tripli

43. *Integrali su domini normali*: definizione di dominio normale (rispetto ad  $x$  o a  $y$ ) e di misura o area di un dominio normale. Definizione di integrale doppio di una funzione continua: definizione di partizione in domini normali, somme inferiori e somme superiori, esistenza dell'elemento separatore (solo enunciato). Teorema di "Integrabilità delle funzioni continue" (solo enunciato). Proprietà degli integrali doppi (solo enunciati). Definizione di trapezoide associato ad  $f \geq 0$  e di volume del trapezoide: significato della definizione di integrale doppio.

44. *Formule di riduzione per gli integrali doppi*: Teorema sulle formule di riduzione (solo enunciato). Definizione di massa, centro di massa e baricentro di una lamina materiale.

45. *Formule di Gauss-Green. Teorema della divergenza. Formula di Stokes*: Definizione di orientamento positivo della frontiera di un dominio regolare. Formule di Gauss-Green (con dim.). Teorema della divergenza (con dim.). Formula di Stokes (con dim.). Formule di integrazione per parti (solo enunciato)

46. *Cambiamento di variabili negli integrali doppi*: definizione di dominio normale regolare e di dominio regolare. Definizione di cambiamento di variabili ammissibile. Teorema di cambiamento di variabili (solo enunciato). Formula di cambiamento delle aree (solo enunciato). Cambiamento di variabili in coordinate polari.

47. *Integrali tripli*: definizione di dominio normale (rispetto ad un piano), di dominio normale regolare e di dominio regolare. Definizione di integrale triplo di una funzione continua: definizione di partizione in domini normali, somme inferiori e somme superiori, esistenza dell'elemento separatore (solo enunciato). Teorema di "Integrabilità delle funzioni continue" (solo enunciato). Formule di riduzione (solo enunciato). Teorema di cambiamento di variabili (solo enunciato). Cambiamento di variabili in coordinate cilindriche. Solidi di rotazione. Definizione di volume. Teorema di Guldino per i solidi di rotazione (solo enunciato). Cambiamento di variabili in coordinate sferiche.

Definizione di baricentro di un solido.

### Cap. 6 - Superfici e integrali di superficie

48. *Superfici regolari*: definizione di superficie regolare, s. in forma parametrica, s. in forma cartesiana, s. di rotazione.

49. *Piano tangente e versore normale*: costruzione del versore normale e del piano tangente ad una superficie regolare. Il piano tangente in  $P_0$  ad una superficie regolare contiene tutte le rette tangenti alle curve sulla superficie per  $P_0$  (con dim.)

50. *Area di una superficie. Integrali di superficie*: definizione di area di una superficie. Definizione di integrale superficiale di una funzione continua. Teorema di Guldino per le superfici di rotazione (con dim.). Definizione di baricentro di una superficie.

51. *Il teorema della divergenza e la formula di Stokes*: Teorema della divergenza (solo enunciato).

### Cap. 7 - Funzioni implicite

53/54. *Il Teorema del Dini per funzioni implicite di una variabile*: (solo enunciato; dim. facoltativa della costruzione di  $f$ , fino alla fine del periodo sotto la (53.11) a pag. 269). Dimostrazione della formula "  $f'(x) = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}$  .." supposta  $f(x)$  derivabile (pag. 271). Equazione della retta tangente all'insieme degli zeri di  $F$  in un punto regolare. Costruzione della derivata prima della funzione definita implicitamente da  $F(x, y) = 0$ .

55. *Il Teorema del Dini per funzioni di due o più variabili*: teorema del Dini per funzioni implicite di due variabili (solo enunciato). Equazione del piano tangente all'insieme degli zeri di  $F$  in un punto regolare. Costruzione delle derivate prime parziali della funzione definita implicitamente da  $F(x, y, z) = 0$ .

N.B. I capitoli, i paragrafi e i teoremi non citati sono esclusi dal programma. Gli esempi inclusi nel testo non fanno parte del programma di teoria, ma se ne consiglia vivamente la lettura per una migliore comprensione degli argomenti svolti.