Matematica A, a.a. 2006-2007

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine.

Metodi per trovare una soluzione particolare di una equazione lineare del secondo ordine a coefficienti costanti quando il termine noto è un polinomio oppure è della forma e^{ax} o $\cos bx$ o $\sin bx$ o una loro combinazione lineare.

Si consideri l'equazione

$$y''(x) + a_1 y'(x) + a_0 y(x) = g(x), \quad a_0, a_1 \in \mathbb{R}.$$

Sia $g(x) = p(x)e^{\lambda x}$, dove $p(x)$ è un polinomio e $\lambda \in \mathbb{C}$.

Allora una soluzione particolare è del tipo

$$\overline{y}(x) = q(x)e^{\lambda x},$$

dove $q(x)$ è un polinomio dello stesso grado di $p(x)$ se λ non è radice dell'equazione caratteristica.

Altrimenti

$$\overline{y}(x) = x^m\, q(x)e^{\lambda x},$$

dove m è la molteplicità della radice λ dell'equazione caratteristica.