

ANALISI MATEMATICA 1 e MATEMATICA A

Commissione A. Centomo, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 26-01-2010

TEMA 2

Esercizio 1 (7 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan(\sqrt{2x}) - \log(1 + 2x)$$

- (a) Determinare il dominio di f e i limiti agli estremi del dominio.
- (b) Determinare gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f , i limiti di f' se significativi.
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Non è richiesto lo studio della convessità.

(Facoltativo) Tenuto conto anche delle informazioni precedenti, dire se esistono e quanti sono gli zeri della funzione $g(x) = f(x) - 29x$.

Esercizio 2 (7 punti) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{n^{\log n} + \sin n + 5 \log n}{4^n} \right)^n$$

Esercizio 3 (7 punti) Calcolare il seguente limite al variare del parametro reale $\alpha > 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha + x(e^x - 1)}{(x - \log(1 + x))^2 + \log(1 + \arcsin x^2)}.$$

Esercizio 4 (6 punti) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{1 - \log x}} dx.$$

(Facoltativo) Discutere la convergenza di $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1 - \log x}} dx$.

Esercizio 5 (5 punti) Determinare per quali valori del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$, la funzione

$$f(x) = (x^2 - 3)e^{\alpha x + 1}$$

ha derivata seconda nulla in $x = 0$. Determinare inoltre l'equazione della retta tangente in tale punto.

(Facoltativo) Per tali valori del parametro α , determinare gli intervalli di convessità di f .

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere gli altri due appelli successivi a questo.