

# ANALISI MATEMATICA 1 e MATEMATICA A

Commissione A. Centomo, P. Mannucci, C. Marchi  
Ingegneria Gestionale, Meccanica Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 26-01-2010

## TEMA 3

**Esercizio 1** (7 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = 2 \log(1+x) - \arctan(\sqrt{x})$$

- (a) Determinare il dominio di  $f$  e i limiti agli estremi del dominio.
- (b) Determinare gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di  $f$ , i limiti di  $f'$  se significativi.
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di  $f$  in tutto il dominio.

Non è richiesto lo studio della convessità.

(Facoltativo) Tenuto conto anche delle informazioni precedenti, dire se esistono e quanti sono gli zeri della funzione  $g(x) = f(x) - 21x$ .

**Esercizio 2** (5 punti) Determinare per quali valori del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la funzione

$$f(x) = (1 - 2x^2)e^{\alpha x - 1}$$

ha derivata seconda nulla in  $x = 0$ . Determinare inoltre l'equazione della retta tangente in tale punto.

(Facoltativo) Per tali valori del parametro  $\alpha$ , determinare gli intervalli di convessità di  $f$ .

**Esercizio 3** (7 punti) Calcolare il seguente limite al variare del parametro reale  $\alpha > 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + 3 \sin^2 x) + (\arcsin x - x)^2}{x \sin x + x^\alpha}.$$

**Esercizio 4** (7 punti) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{n^2 + \cos n + n^{\log n}}{2^n} \right)^n$$

**Esercizio 5** (6 punti) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx.$$

(Facoltativo) Discutere la convergenza di  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx$ .

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere gli altri due appelli successivi a questo.