

# ANALISI MATEMATICA 1 e MATEMATICA A

Commissione A. Centomo, P. Mannucci, C. Marchi  
Ingegneria Gestionale, Meccanica Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 26-01-2010

## TEMA 4

**Esercizio 1** (7 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(1 + 2x) - \arctan(\sqrt{2x})$$

- Determinare il dominio di  $f$  e i limiti agli estremi del dominio.
- Determinare gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di  $f$ , i limiti di  $f'$  se significativi.
- Disegnare un grafico qualitativo di  $f$  in tutto il dominio.

Non è richiesto lo studio della convessità.

(Facoltativo) Tenuto conto anche delle informazioni precedenti, dire se esistono e quanti sono gli zeri della funzione  $g(x) = f(x) - 25x$ .

**Esercizio 2** (5 punti) Determinare per quali valori del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la funzione

$$f(x) = (3 - x^2)e^{\alpha x + 2}$$

ha derivata seconda nulla in  $x = 0$ . Determinare inoltre l'equazione della retta tangente in tale punto.

(Facoltativo) Per tali valori del parametro  $\alpha$ , determinare gli intervalli di convessità di  $f$ .

**Esercizio 3** (7 punti) Calcolare il seguente limite al variare del parametro reale  $\alpha > 0$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha + x \sin x}{(x - \sin x)^2 - \log(1 + \arcsin^2 x)}.$$

**Esercizio 4** (6 punti) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_3^4 \frac{1}{x\sqrt{\log x - 1}} dx.$$

(Facoltativo) Discutere la convergenza di  $\int_e^4 \frac{1}{x\sqrt{\log x - 1}} dx$ .

**Esercizio 5** (7 punti) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{2n^{\log n} + 5n}{3^n + \sin n} \right)^n$$

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere gli altri due appelli successivi a questo.