

MATEMATICA A

Commissione Bianchini, Mannucci, Marson, Montanaro, Stefani, Zanardo
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 20.12.2002 (a.a. 781^o)

TEMA 1

1) (10 punti) Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = 2(x - 1) + \log |x^2 - 2x|$$

(dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, convessità, concavità, flessi, abbozzo del grafico).

2) (8 punti) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{16 - x^4} - \frac{2x}{4 + x^2}y, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3) (8 punti) Dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{1/n} (\cosh \frac{1}{n^3} - 1)}{\sin \frac{1}{n^{4/3}} - \frac{1}{n^{4/3}}}$$

converge assolutamente e se converge (semplicemente).

(Può essere utile ricordare che: $\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n})$)

4) (4 punti) Determinare tutti gli $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$|z + 1| = |z - i|$$

e disegnarne l'insieme nel piano di Gauss.

Tempo: due ore e 30 minuti.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A

Commissione Bianchini, Mannucci, Marson, Montanaro, Stefani, Zanardo
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 20.12.2002 (a.a. 781^o)

TEMA 2

1) (10 punti) Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = x + 1 + \log |x^2 + 2x|$$

(dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, convessità, concavità, flessi, abbozzo del grafico).

2) (8 punti) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x^2 e^{-x}}{|\cos x|} + y \tan x, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

3) (8 punti) Dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (\arctan n) \frac{(\sinh \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2})}{e^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n}}$$

converge assolutamente e se converge (semplicemente).

(Può essere utile ricordare che: $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+1})$)

4) (4 punti) Determinare tutti gli $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$|z + 1| = |z + i|$$

e disegnarne l'insieme nel piano di Gauss.

Tempo: due ore e 30 minuti.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A

Commissione Bianchini, Mannucci, Marson, Montanaro, Stefani, Zanardo
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 20.12.2002 (a.a. 781^o)

TEMA 3

1) (10 punti) Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = \log|x^2 + 2x - 3| - \frac{x}{2}$$

(dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, convessità, concavità, flessi, abbozzo del grafico).

2) (8 punti) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^x(25 - x^4) + \frac{2x}{5 + x^2}y, \\ y(0) = 8. \end{cases}$$

3) (8 punti) Dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log\left(\frac{1}{n^3} + 1\right) - \frac{1}{n^3}}{\cos \frac{1}{n} \left(\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right)}$$

converge assolutamente e se converge (semplicemente).

(Può essere utile ricordare che: $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}x^n}{n} + o(x^n)$)

4) (4 punti) Determinare tutti gli $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$|z - 1| = |z - i|$$

e disegnarne l'insieme nel piano di Gauss.

Tempo: due ore e 30 minuti.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A

Commissione Bianchini, Mannucci, Marson, Montanaro, Stefani, Zanardo
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 20.12.2002 (a.a. 781°)

TEMA 4

1) (10 punti) Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = x - 1 - \log|x^2 - 2x - 3|$$

(dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, convessità, concavità, flessi, abbozzo del grafico).

2) (8 punti) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{|\sin x|}{9x^2 + 4} + y \cot x, \\ y(2/3) = 0. \end{cases}$$

3) (8 punti) Dire se la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^2}}{\cosh \frac{1}{n} (1 - \cos \frac{1}{n^2})},$$

converge assolutamente e se converge (semplicemente).

(Può essere utile ricordare che: $\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})$)

4) (4 punti) Determinare tutti gli $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$|z - 1| = |z + i|$$

e disegnarne l'insieme nel piano di Gauss.

Tempo: due ore e 30 minuti.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.