

**MATEMATICA A**  
**Commissione Mannucci, Stefani, Zanardo**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Primo prova di accertamento – 26.10.2002

**TEMA 1**

1) Determinare tutti gli  $z \in \mathbf{C}$  tali che

$$|\operatorname{Im} z + 2| \geq |z - i|$$

e disegnarne l'insieme nel piano di Gauss.

2) a) Calcolare l'ordine di infinitesimo, in  $x = 0$ , delle funzioni

$$f(x) = \sin x^2 - x^2 + x$$

e

$$g(x) = \log(1 - x) + x + \sqrt{x};$$

b) calcolare poi  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}$ .

3) Sia

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{-1}{2^{n^2 - 4n + 2}}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

verificare, applicando la definizione, che  $\sup A = 0$ .

**Facoltativo:** Verificare che  $\min A = -4$ .

4) **Facoltativo:** Dopo aver abbozzato il grafico della funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{per } x < 0 \\ \arctan x - \frac{\pi}{2} & \text{per } x \geq 0, \end{cases}$$

a) dire se è monotona;

b) dire se è invertibile.

Tempo: un'ora e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.