

MATEMATICA A

Commissione Bianchini, Mannucci, Marson, Montanaro, Stefani, Zanardo
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 6.12.2002 (a.a. 781°)

TEMA 1

1) (10 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan \left| \frac{1}{\sinh x} \right| + \frac{\sinh x}{2},$$

(dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità con eventuali prolungamenti, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, abbozzo del grafico. **Facoltativo: convessità, concavità, flessi**).

2) (6 punti) Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z + \bar{z} - 18}{|z|},$$

dove $z \in \mathbf{C}$.

a) Calcolare $f(1 + \sqrt{3}i)$.

b) Calcolare, esprimere in forma algebrica e disegnare sul piano di Gauss le soluzioni in \mathbf{C} dell'equazione

$$z^3 = f(1 + \sqrt{3}i).$$

3) (8 punti) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 \sin x}{\log^2(1 + 2x)} - \frac{1}{x} \right).$$

(Può essere utile ricordare che: $\log(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n} + o(x^n)$).

4) (6 punti) Calcolare

$$\int_{1/e}^e |x \log x| dx.$$

Tempo: due ore e 30 minuti.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.