

**MATEMATICA A**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 9.12.2003 – a.a. 782°

**TEMA 1 - M**

1) [11 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = |2x + 1| e^{\frac{1}{x}}$$

(determinare il dominio  $D$ ; calcolare i limiti per  $x$  che tende agli estremi – finiti o infiniti – del dominio e gli eventuali asintoti; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui  $f$  è derivabile e calcolare i limiti di  $f'$  per  $x$  che tende agli estremi del suo dominio; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ ).

2) [6 punti] Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{2/3} \left| \sin \frac{1}{n} - \frac{1}{n^\alpha} \right|$$

al variare di  $\alpha > 0$ .

3) [8 punti] Data l'equazione differenziale

$$y' = (y + 1)(y + 2) \tan x,$$

- a) se ne trovino tutte le soluzioni costanti,
- b) se ne trovi (esplicitamente) la soluzione che soddisfa la condizione iniziale  $y(\pi) = 2$ .

4) [5 punti] Determinare le soluzioni dell'equazione

$$|z + 3i| = ||z| - 3|$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

5) **Facoltativo, da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi.** Sia data la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1, \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Posto  $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , si determini l'insieme dei punti in cui  $F$  è derivabile.

Tempo: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.