MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Gruppi 0 - 1 - 2 - 3 - 6 - 7
Proff. Colombo, Mannucci, Marson

Prima prova di accertamento - 8 Novembre 2003 (a.a. 782°)

TEMA 1

Esercizio 1 (9 punti)

Sia f la funzione di variabile complessa definita da

$$f(z) = \frac{z+i}{\bar{z}-2i}\,.$$

Si determini il dominio $\mathcal{D}$ di f. Si determini e si disegni sul piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathcal{D}$ tali che $|f(z)| \leq 1$. Si esprimano poi in forma algebrica le radici terze di $\big[f(i)\big]^3$.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato l'insieme

$$\mathcal{A} = \left\{ \arcsin\left(\frac{1}{n^2+1}\right) : n = 0, 1, 2, \ldots \right\},$$

verificare usando la definizione che $\inf \mathcal{A} = 0$ e $\max \mathcal{A} = \pi/2$.

Esercizio 3 (9 punti)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sin(\tan x^2) - x^2 + e^{-1/|x|} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \sqrt[3]{1+\sin^2 x} - 1\,.$$

Si calcoli l'ordine di infinitesimo di g per $x \to 0$ e si dica se $f = o(g)$ oppure $g = o(f)$ per $x \to 0$.

Esercizio 4 (3 punti)

Si dica se la funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} - 1 & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

è derivabile in zero.

Esercizio facoltativo

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $f(x) = x^2 + 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. Quanto vale $f(\sqrt{2})$?

Tempo a disposizione: un'ora e 30 minuti.
Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.
Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.
L'esercizio facoltativo è da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi.
Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Gruppi 0 - 1 - 2 - 3 - 6 - 7
Proff. Colombo, Mannucci, Marson

Prima prova di accertamento - 8 Novembre 2003 (a.a. 782°)

TEMA 2

Esercizio 1 (9 punti)

Sia f la funzione di variabile complessa definita da

$$f(z) = \frac{i - z}{3i - \bar{z}}.$$

Si determini il dominio $\mathcal{D}$ di f. Si determini e si disegni sul piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathcal{D}$ tali che $|f(z)| \leq 1$. Si esprimano poi in forma algebrica le radici terze di $\big[f(2i)\big]^3$.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato l'insieme

$$\mathcal{A} = \left\{ \arctan\left(\frac{1}{n+1}\right) : n = 0, 1, 2, \dots \right\},$$

verificare usando la definizione che $\inf \mathcal{A} = 0$ e $\max \mathcal{A} = \pi/4$.

Esercizio 3 (9 punti)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sqrt{1 - \tan^2 x} - 1 \qquad \text{e} \qquad g(x) = e^{-\sin^2 x} - 1 + x^2 - 2^{-1/|x|}.$$

Si calcoli l'ordine di infinitesimo di f per $x \to 0$ e si dica se $f = o(g)$ oppure $g = o(f)$ per $x \to 0$.

Esercizio 4 (3 punti)

Si dica se la funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^3) & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

è derivabile in zero.

Esercizio facoltativo

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $f(x) = x^4 + 2$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. Quanto vale $f(\sqrt{3})$?

Tempo a disposizione: un'ora e 30 minuti.
Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.
Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.
L'esercizio facoltativo è da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi.
Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Gruppi 0 - 1 - 2 - 3 - 6 - 7
Proff. Colombo, Mannucci, Marson

Prima prova di accertamento - 8 Novembre 2003 (a.a. 782°)

TEMA 3

Esercizio 1 (9 punti)

Sia f la funzione di variabile complessa definita da

$$f(z) = \frac{4i + z}{3i - \bar{z}}\,.$$

Si determini il dominio $\mathcal{D}$ di f. Si determini e si disegni sul piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathcal{D}$ tali che $|f(z)| \le 1$. Si esprimano poi in forma algebrica le radici terze di $\big[f(i)\big]^3$.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato l'insieme

$$\mathcal{A} = \left\{ \arccos\left(\frac{1}{n+1}\right) : n = 0, 1, 2, \dots \right\}\,,$$

verificare usando la definizione che $\sup \mathcal{A} = \pi/2$ e $\min \mathcal{A} = 0$.

Esercizio 3 (9 punti)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \log(1 + \sin^3 x) - x^3 + 3^{-1/|x|} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \sqrt[4]{1 + \arctan x^3} - 1\,.$$

Si calcoli l'ordine di infinitesimo di g per $x \to 0$ e si dica se $f = o(g)$ oppure $g = o(f)$ per $x \to 0$.

Esercizio 4 (3 punti)

Si dica se la funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} \log(1 + x^4) & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

è derivabile in zero.

Esercizio facoltativo

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $f(x) = 2x^2 - 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. Quanto vale $f(\sqrt{5})$?

Tempo a disposizione: un'ora e 30 minuti.
Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.
Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.
L'esercizio facoltativo è da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi.
Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Gruppi 0 - 1 - 2 - 3 - 6 - 7
Proff. Colombo, Mannucci, Marson

Prima prova di accertamento - 8 Novembre 2003 (a.a. 782°)

TEMA 4

Esercizio 1 (9 punti)

Sia f la funzione di variabile complessa definita da

$$f(z) = \frac{4i + 2z}{i - 2\bar{z}} \, .$$

Si determini il dominio $\mathcal{D}$ di f. Si determini e si disegni sul piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathcal{D}$ tali che $|f(z)| \leq 1$. Si esprimano poi in forma algebrica le radici terze di $\big[f(i)\big]^3$.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato l'insieme

$$\mathcal{A} = \left\{ \arcsin\left(\frac{1}{n^3 + 2}\right) : n = 0, 1, 2, \dots \right\} ,$$

verificare usando la definizione che $\inf \mathcal{A} = 0$ e $\max \mathcal{A} = \pi/6$.

Esercizio 3 (9 punti)

Si considerino le funzioni

$$f(x) = \sqrt[3]{1 + \log(1 + x^3)} - 1 \qquad \text{e} \qquad g(x) = \tan x^3 - x^3 - e^{-1/|x|} \, .$$

Si calcoli l'ordine di infinitesimo di f per $x \to 0$ e si dica se $f = o(g)$ oppure $g = o(f)$ per $x \to 0$.

Esercizio 4 (3 punti)

Si dica se la funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos(x^2) & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

è derivabile in zero.

Esercizio facoltativo

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $f(x) = 1 - 3x^4$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. Quanto vale $f(\sqrt{2})$?

Tempo a disposizione: un'ora e 30 minuti.
Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.
Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.
L'esercizio facoltativo è da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi.
Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.