

**MATEMATICA A**  
**Commissione Albertini, Mannucci, Motta, Zanella**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Prova scritta – 19 settembre 2007

**TEMA 1**

1) [12 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - x$$

(Determinare il dominio  $D$ ; studiare segno ed eventuali simmetrie; calcolare i limiti per  $x$  che tende ai punti di frontiera del dominio e trovare gli eventuali asintoti; studiare la continuità e la derivabilità di  $f$  e determinare eventuali attacchi di  $f'$ ; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; studiarne la convessità e trovare gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ . )

2) [10 punti] i) Trovare, per tutti i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^{\alpha t}.$$

ii) Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$ , l'equazione differenziale data ha tutte le soluzioni  $y(t)$  che sono infinitesime per  $t \rightarrow +\infty$ .

iii) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) + y(t) = e^t \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

3) [8 punti] Trovare in forma algebrica gli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(z + 2i)^4 = -1 + i\sqrt{3}$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.