

Parte A di **Matematica G**

Vicenza, 28 gennaio 2009

TEMA 1

Esercizio 1

Data la forma differenziale lineare definita da

$$\omega(x, y, z) = (2xyz + y^2z - y + 2z) dx + (x^2z + 2xyz - x - 4) dy + (x^2y + xy^2 + 2x + 1) dz.$$

- (i) Dimostrare che ω è chiusa nel dominio D in cui è definita.
- (ii) Dimostrare che ω è esatta in D .
- (iii) Determinare una primitiva $f(x, y, z)$ tale che $f(1, 1, 0) = 6$.

Esercizio 2

Sia D è il dominio nel piano

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}.$$

- (i) Disegnare D .
- (ii) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D \frac{x + y}{x^2 + y^2} dx dy.$$

Esercizio 3

Si consideri la superficie Σ definita da

$$\Sigma = \{(x, y, z) : z = 2x + y, x^2 + y^2 \leq 2x\}.$$

Calcolare il seguente integrale di superficie

$$\int_{\Sigma} z d\sigma.$$