**Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria**
Laurea in Ingegneria Gestionale e Meccanica,
Prof. Paola Mannucci e Monica Motta

Parte A di **Matematica G**

Vicenza, 15 settembre 2009

# TEMA 1

## Esercizio 1

Si consideri la forma differenziale $\omega$ così definita:

$$\omega = \left\{ e^{xz}\left[z\cos(x-y) - \sin(x-y)\right] - \frac{1}{x^2 y} \right\} dx + \left[ e^{xz}\sin(x-y) - \frac{1}{xy^2} \right] dy + \left[ xe^{xz}\cos(x-y) - 3 \right] dz$$

(i) Determinare il dominio A in $\mathbb{R}^3$ della forma.
(ii) Dimostrare che la forma è chiusa in A.
(iii) Dal punto precedente si può dire che la forma è esatta in A?
(iv) Tenendo presente i punti (i)-(iii), calcolare l'integrale della forma differenziale $\omega$ lungo la curva orientata

$$\gamma(t) = (x(t), y(t), z(t)) = \left( \arctan[1 + (\sqrt{3}-1)t], \sqrt{1+t^3}, e^t + \log[1 + (e-1)t] \right) \qquad t \in [0,1].$$

## Esercizio 2

Calcolare l'integrale di superficie

$$\iint_\Sigma \frac{x^2 - z}{\sqrt{1 + 4(x^2+y^2)}}\, d\sigma,$$

dove $\Sigma$ è la porzione di grafico della funzione $z = x^2 - y^2$ per $(x,y) \in E$ con

$$E = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad x^2 + 4y^2 \leq 4 \right\}.$$

## Esercizio 3

Calcolare il volume della regione ottenuta dalla rotazione attorno all'asse $y$ di un angolo $\alpha = \pi/3$ della superficie piana

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad x \geq 0, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{3}, \quad y \geq \log(1+x^2)\}.$$