

TEMA 1

Esercizio 1

Si consideri la forma differenziale ω così definita:

$$\omega = \frac{2y^2}{4y^4 + x^2} dx + \left(3 - \frac{4xy}{4y^4 + x^2}\right)$$

- (i) Determinare il dominio A in \mathbb{R}^2 della forma.
- (ii) Dimostrare che la forma è chiusa in A .
- (iii) Dal punto precedente si può dire che la forma è esatta in A ?
- (iv) Trovare una primitiva di ω in $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$.

Esercizio 2

Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 - x < y < 3 - x, 0 < y < 1\}$.

- (i) Disegnare Ω .
- (ii) Calcolare

$$\int \int_{\Omega} (x - y) \log(x + y) dx dy.$$

Esercizio 3

Calcolare il volume di

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{9} \leq 1, z \geq 2\sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Facoltativo: calcolare il baricentro di T