

La storia del “calcolo infinitesimale”

Come tutti i concetti profondi, il **calcolo infinitesimale** (differenziale e integrale) ha avuto una gestazione lunga secoli, se non millenni...

- **Zenone di Elea** (450 aC) cerca di mostrare l'assurdità del moto con paradossi costruiti sull'infinito (e sull'infinitesimo) come quello di *Achille e la tartaruga*.
- **Archimede** (220 aC) calcola l'area di un settore parabolico sommando triangoli sempre più piccoli che lo riempiono ($A + \frac{1}{4}A + \dots + \frac{1}{4^n}A + \dots = \frac{1}{1-\frac{1}{4}}A = \frac{4}{3}A$).
- Dalla fine del 1500, vari studiosi (tra cui **Valerio**, **Cavalieri**, **Fermat**, **Descartes**, **Torricelli**...) approssimano sempre meglio il calcolo di aree e di strutture tangenti.
- Ma i passi decisivi sono fatti verso il 1660 da **Newton** (la sua *flussione* è più o meno la nostra derivata) e **Leibniz** (introduce la nozione di *differenziale* dx).

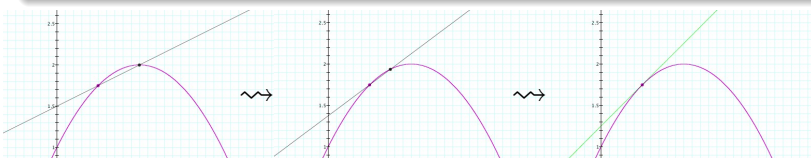


L'odierna definizione di **derivata** poggia sulla moderna nozione di *limite* (Cauchy, 1821), e tutto sembra così pulito, ovvio e naturale...

... ma quanta strada, in termini di chiarezza, dalle decisive intuizioni di Newton e Leibniz !

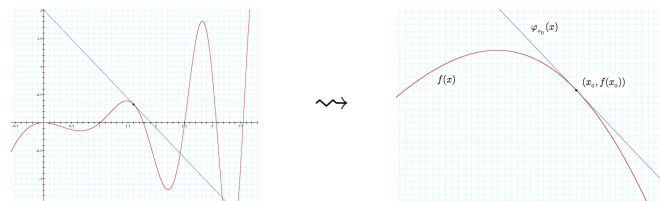
Derivabilità e differenziabilità

f è **derivabile** in x_0 se esiste *finito* il limite $f'(x_0) := \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.



C'è una *pendenza* per f in x_0 ,
una chiara *direzione tangente*
alla curva-grafico in $(x_0, f(x_0))$.

f è **differenziabile** in x_0 se $f(x) = a + b(x - x_0) + o_{x_0}(x - x_0) \exists a, b \in \mathbb{R}$



Vicino x_0 , $f(x)$ è approssimata “**efficacemente**”

(a meno di un errore infinitesimo d'ordine > 1)

da una funzione lineare $\varphi_{x_0}(x) = a + b(x - x_0)$.

La variazione al 1o ord. è $f'(x_0) dx$ (*differenziale*):

$$df = f(x_0 + dx) - f(x_0) = f'(x_0) dx + \text{errore}$$

Sono due nozioni **equivalenti** ($a = f(x_0)$, $b = f'(x_0)$), ma...

...la seconda è generalizzabile alle funzioni di più variabili $f(x_1, \dots, x_n)$.

Applicazioni del calcolo differenziale

Ecco una lista delle **principali applicazioni** del calcolo differenziale:

- calcolo di **strutture tangenti** e **variazioni al primo ordine**;
- studio della **crescenza** e degli **estremi locali**;
- calcolo dei **limiti** (**regola di de l'Hôpital**);
- **sviluppi asintotici** (**formula di Taylor**);
- **convessità** e studio generale dell'**andamento di una funzione**.

