

Quantification de la dualité de Grassmann

Corrado MARASTONI

Institut de Mathématiques, Analyse Algébrique (Case 82), Université Paris-VI,
Pierre-et-Marie-Curie, 4, place Jussieu, 75252 Paris CEDEX 05, France.

E-mail : maraston@math.jussieu.fr

et Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata, Università degli studi di Padova,
Via Belzoni, 7, I-35131 Padova, Italie.

E-mail : maraston@math.unipd.it

Résumé.

Soit V un espace vectoriel complexe de dimension n , $\mathbb{G}$ (resp. $\mathbb{G}^*$) la variété de Grassmann des sous-espaces de dimension p (resp. $n - p$) de V et Ω la relation de transversalité dans $\mathbb{G} \times \mathbb{G}^*$. Dans [6], on avait annoncé des équivalences de catégories dérivées de faisceaux et de $\mathcal{D}$ -modules sur $\mathbb{G}$ et $\mathbb{G}^*$ données par les transformations intégrales associées à Ω . Ici, on montre que ces transformations échangent entre eux les $\mathcal{D}$ -modules associés aux fibrés holomorphes en droites sur $\mathbb{G}$ et $\mathbb{G}^*$. Cela est équivalent à « quantifier » la transformation de contact sous-jacente entre certains ouverts denses des fibrés cotangents. Dans le cas $p = 1$, on retrouve des résultats connus pour la dualité projective (voir [1] et [5]).

Quantization of Grassmann duality

Abstract.

Let V be a complex vector space of dimension n , $\mathbb{G}$ (resp. $\mathbb{G}^*$) the Grassmann manifold of p -dimensional (resp. $(n - p)$ -dimensional) subspaces of V , and of Ω the relation of transversality in $\mathbb{G} \times \mathbb{G}^*$. We announced in [6] equivalences between derived categories of sheaves and of $\mathcal{D}$ -modules on $\mathbb{G}$ and $\mathbb{G}^*$ defined by the integral transforms associated to Ω . We show here that these transforms exchange the $\mathcal{D}$ -modules associated to the holomorphic line bundles on $\mathbb{G}$ and $\mathbb{G}^*$. This is equivalent to “quantizing” the underlying contact transformation between certain open dense subsets of the cotangent bundles. In the case $p = 1$, we recover already known results for the projective duality (see [1] and [5]).

Abridged English Version

This work is an application and a completion of the results, stated in [6], on the correspondence between a pair of “dual” Grassmann manifolds of a fixed complex vector space.

We essentially keep the notations of [3]. Let V be a complex vector space of dimension $n \geq 2$, and let $p \in \mathbb{Z}$ such that $1 \leq p \leq \frac{n}{2}$. Let $\mathbb{G}$ (resp. $\mathbb{G}^*$) be the Grassmann manifold of p -dimensional (resp.

Note présentée par Michel DUFLO.