

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 09.02.2026

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - TEMA 1

1. (a) Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione. Scrivere la definizione del limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0. \quad (1)$$

- (b) Usando la definizione precedente provare che se la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (1) allora verifica anche

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^2 = 0. \quad (2)$$

- (c) Provare o confutare la seguente affermazione: se una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (2) allora

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.

2. (a) Scrivere la definizione di serie divergente (e anche quella di somma parziale di una serie).
(b) Enunciare il criterio del rapporto per le serie.
(c) Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 9 Febbraio 2026

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = (x-1)^2 e^{-\frac{1}{|x-1|}}$$

- (a) determinare il dominio, il segno ed eventuali simmetrie di f e discuterne la continuità;
- (b) calcolare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti e prolungamenti per continuità;
- (c) calcolare la derivata prima e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) (a) Determinare l'ordine di infinito o infinitesimo della successione

$$a_n = \frac{\sinh\left(\frac{1}{n}\right) - \arctan\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{3}{n^3}}{n \left[\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right]}$$

e stabilire se a_n è positiva o negativa da un certo N in poi (definitivamente).

- (b) Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per a_n del punto (a).

Esercizio 3 (punti 8) Data la funzione $f_a(x) = x^{a/2}|x-a|e^{-ax}$:

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 f_2(x) dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} f_a(x) dx$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4 (punti 8) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale

$$y'' - 2ay' + a^2y = e^{4t}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin. Per $x \rightarrow 0$

$$\sinh(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6), \quad \arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^6), \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + o(x^2).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 09.02.2026

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - TEMA 2

1. (a) Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione. Scrivere la definizione del limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty. \quad (1)$$

- (b) Usando la definizione precedente provare che se la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (1) allora verifica anche

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^2 = \infty. \quad (2)$$

- (c) Provare o confutare la seguente affermazione: se una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (2) allora

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente.

2. (a) Scrivere la definizione di serie convergente (e anche quella di somma parziale di una serie).
(b) Enunciare il criterio della radice per le serie.
(c) Enunciare il Teorema della media integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 9 Febbraio 2026

TEMA 2

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = (x-2)^2 e^{-\frac{1}{|x-2|}}$$

- (a) determinare il dominio, il segno ed eventuali simmetrie di f e discuterne la continuità;
- (b) calcolare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti e prolungamenti per continuità;
- (c) calcolare la derivata prima e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) (a) Determinare l'ordine di infinito o infinitesimo della successione

$$a_n = \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \arctan\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{2}{n^3}}{n \left[\sqrt{1 + \frac{1}{n^3}} - 1 \right]}$$

e stabilire se a_n è positiva o negativa da un certo N in poi (definitivamente).

- (b) Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per a_n del punto (a).

Esercizio 3 (punti 8) Data la funzione $f_a(x) = x^a |x - 2a| e^{-2ax}$:

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 f_1(x) dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} f_a(x) dx$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4 (punti 8) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale

$$y'' - 2ay' + a^2y = e^{3t}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin. Per $x \rightarrow 0$

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6), \quad \arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + o(x^6), \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + o(x^2).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 09.02.2026

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - TEMA 3

1. (a) Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione. Scrivere la definizione del limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty. \quad (1)$$

- (b) Usando la definizione precedente provare che se la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (1) allora verifica anche

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(a_n)^2} = 0. \quad (2)$$

- (c) Provare o confutare la seguente affermazione: se una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (2) allora

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ è convergente.

2. (a) Scrivere la definizione di serie convergente (e anche quella di somma parziale di una serie).
(b) Enunciare il criterio della radice per le serie.
(c) Enunciare il Teorema della media integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 9 Febbraio 2026

TEMA 3

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = (x-3)^2 e^{-\frac{1}{|x-3|}}$$

- (a) determinare il dominio, il segno ed eventuali simmetrie di f e discuterne la continuità;
- (b) calcolare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti e prolungamenti per continuità;
- (c) calcolare la derivata prima e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) (a) Determinare l'ordine di infinito o infinitesimo della successione

$$a_n = \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \tan\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{4}{n^3}}{n \left[\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right]}$$

e stabilire se a_n è positiva o negativa da un certo N in poi (definitivamente).

- (b) Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per a_n del punto (a).

Esercizio 3 (punti 8) Data la funzione $f_a(x) = e^{-ax}|a-x|x^{a/2}$:

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 f_2(x) dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} f_a(x) dx$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4 (punti 8) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale

$$y'' - 2ay' + a^2y = e^{2t}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin. Per $x \rightarrow 0$

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6), \quad \tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6), \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + o(x^2).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 09.02.2026

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - TEMA 4

1. (a) Sia $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ una successione. Scrivere la definizione del limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0. \quad (1)$$

- (b) Usando la definizione precedente provare che, se la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (1), allora verifica anche

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(a_n)^2} = \infty. \quad (2)$$

- (c) Provare o confutare la seguente affermazione: se una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ verifica (2) allora

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente.

2. (a) Scrivere la definizione di serie divergente (e anche quella di somma parziale di una serie).
(b) Enunciare il criterio del rapporto per le serie.
(c) Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 9 Febbraio 2026

TEMA 4

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = (x - 4)^2 e^{-\frac{1}{|x-4|}}$$

- (a) determinare il dominio, il segno ed eventuali simmetrie di f e discuterne la continuità;
- (b) calcolare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti e prolungamenti per continuità;
- (c) calcolare la derivata prima e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) (a) Determinare l'ordine di infinito o infinitesimo della successione

$$a_n = \frac{\sinh\left(\frac{1}{n}\right) - \tan\left(\frac{1}{n}\right) + \frac{6}{n^3}}{n \left[\sqrt{1 + \frac{1}{n^3}} - 1 \right]}$$

e stabilire se a_n è positiva o negativa da un certo N in poi (definitivamente).

- (b) Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per a_n del punto (a).

Esercizio 3 (punti 8) Data la funzione $f_a(x) = e^{-2ax}|2a - x|x^a$:

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 f_1(x) dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{+\infty} f_a(x) dx$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4 (punti 8) Determinare l'integrale generale (cioè l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale

$$y'' - 2ay' + a^2y = e^t$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin. Per $x \rightarrow 0$

$$\sinh(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6), \quad \tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6), \quad (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + o(x^2).$$