

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 25.01.2016

TEMA 1

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\frac{\pi}{4} + \arctan \frac{x+1}{|x-1|}}.$$

- (a) Determinare il dominio D di f e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti (**il calcolo dell'asintoto per $x \rightarrow -\infty$ è facoltativo e vale 3 punti in più**);
(b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
(c) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Determinare tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che la serie

$$\sum_{n=5}^{+\infty} \frac{(\log(x-3))^n}{n-1}$$

converga, risp. converga assolutamente.

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{1/2} (\arcsin 2x)^2 dx$$

Esercizio 4 [4 punti] Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z+1}{\bar{z}}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Si determini e si disegni sul piano di Gauss l'insieme

$$A = \{z \in \mathbb{C} : f(z) = z\}.$$

Esercizio 5 [facoltativo] Sia

$$f(x) = \int_{x^2}^{2x^2} \frac{e^{-t} - 1}{t} dt.$$

Calcolare lo sviluppo di Taylor di f di ordine 2 con punto iniziale 0.

NB: con log si indica il logaritmo in base e . **Si consiglia di dedicarsi alle domande facoltative dopo gli altri esercizi. L'esercizio 5 dà punti solo per la prova orale.**

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 25.01.2016

TEMA 2

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x-1}{|x+1|} - \frac{\pi}{4}}.$$

- (a) Determinare il dominio D di f e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti (**il calcolo dell'asintoto per $x \rightarrow +\infty$ è facoltativo e vale 3 punti in più**);
(b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
(c) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Determinare tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che la serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{(\log(x-1))^n}{\sqrt{n}+1}$$

converga, risp. converga assolutamente.

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \left(\arcsin \frac{x}{2}\right)^2 dx$$

Esercizio 4 [4 punti] Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{1 - \bar{z}}{z}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Si determini e si disegni nel piano di Gauss l'insieme

$$A = \{z \in \mathbb{C} : f(z) = \bar{z}\}.$$

Esercizio 5 [facoltativo] Sia

$$f(x) = \int_{x^2}^{2x^2} \frac{\arctan 4t}{t} dt.$$

Calcolare lo sviluppo di Taylor di f di ordine 2 con punto iniziale 0.

NB: con log si indica il logaritmo in base e . **Si consiglia di dedicarsi alle domande facoltative dopo gli altri esercizi. L'esercizio 5 dà punti solo per la prova orale.**

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 25.01.2016

TEMA 3

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\arctan \frac{x-1}{|x+2|} - \frac{\pi}{4}}.$$

- (a) Determinare il dominio D di f e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti (**il calcolo dell'asintoto per $x \rightarrow +\infty$ è facoltativo e vale 3 punti in più**);
(b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
(c) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Determinare tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\log(x+2))^n}{\sqrt{n}-1}$$

converga, risp. converga assolutamente.

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-1/3}^{1/3} (\arcsin 3x)^2 dx$$

Esercizio 4 [4 punti] Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z+2}{\bar{z}}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Si determini e si disegni nel piano di Gauss l'insieme

$$A = \{z \in \mathbb{C} : f(z) = 2z\}.$$

Esercizio 5 [facoltativo] Sia

$$f(x) = \int_{x^2}^{2x^2} \frac{\sinh 3t}{t} dt.$$

Calcolare lo sviluppo di Taylor di f di ordine 2 con punto iniziale 0.

NB: con log si indica il logaritmo in base e . **Si consiglia di dedicarsi alle domande facoltative dopo gli altri esercizi. L'esercizio 5 dà punti solo per la prova orale.**

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione
Appello del 25.01.2016

TEMA 4

Esercizio 1 [9 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\frac{\pi}{4} + \arctan \frac{x+2}{|x-1|}}.$$

- (a) Determinare il dominio D di f e studiarne il segno; determinare i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti (**il calcolo dell'asintoto per $x \rightarrow -\infty$ è facoltativo e vale 3 punti in più**);
(b) studiare la derivabilità, calcolare la derivata e studiare la monotonia di f ; determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto e calcolare i limiti significativi di f' ;
(c) disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 [9 punti] Determinare tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log(x+1))^n}{n+2}$$

converga, risp. converga assolutamente.

Esercizio 3 [9 punti] Calcolare l'integrale

$$\int_{-3}^0 \left(\arcsin \frac{x}{3}\right)^2 dx$$

Esercizio 4 [4 punti] Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\bar{z} - 2}{z}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Si determini e si disegni nel piano di Gauss l'insieme

$$A = \{z \in \mathbb{C} : f(z) = -2\bar{z}\}.$$

Esercizio 5 [facoltativo] Sia

$$f(x) = \int_{x^2}^{2x^2} \frac{\sin 2t}{t} dt.$$

Calcolare lo sviluppo di Taylor di f di ordine 2 con punto iniziale 0.

NB: con \log si indica il logaritmo in base e . **Si consiglia di dedicarsi alle domande facoltative dopo gli altri esercizi. L'esercizio 5 dà punti solo per la prova orale.**

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.