

**ANALISI MATEMATICA 1**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

**Appello del 18.09.2017**

**TEMA 1**

**Esercizio 1 [8 punti]** Si consideri la funzione

$$f(x) := \frac{3x}{\log|2x|}.$$

- i) Determinare il dominio  $D$  e studiare le eventuali simmetrie ed il segno di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$ , l'eventuale prolungabilità di  $f$  e gli eventuali asintoti;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata ed i suoi limiti significativi, studiare la monotonia e determinare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto di  $f$ ;
- iii) calcolare  $f''$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ ;
- iv) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [5 punti]** Dato il polinomio

$$z^4 + z^3 + 8iz + 8i$$

determinarne prima una radice intera e poi le altre radici, esprimendole in forma algebrica.

**Esercizio 3 [5 punti]** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3x}{n}\right)^{n^2}$$

al variare di  $x \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 4 [7 punti]** Calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha$ , il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(\alpha x) - e^{x^2} + x \log(\cos x)}{x - \sin x + e^{-1/x^2}}.$$

**Esercizio 5 [7 punti]** Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} xe^{ax} (2 + \cos x) dx$$

al variare di  $a \in \mathbb{R}$ . Calcolare poi

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x} \cos x dx$$

(sugg.: calcolare preliminarmente una primitiva di  $e^{-x} \cos x$ ).

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

**Appello del 18.09.2017**

**TEMA 2**

**Esercizio 1 [8 punti]** Si consideri la funzione

$$f(x) := \frac{2x}{\log|3x|}.$$

- i) Determinare il dominio  $D$  e studiare le eventuali simmetrie ed il segno di  $f$ ; determinare i limiti di  $f$  agli estremi di  $D$ , l'eventuale prolungabilità di  $f$  e gli eventuali asintoti;
- ii) studiare la derivabilità, calcolare la derivata ed i suoi limiti significativi, studiare la monotonia e determinare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto di  $f$ ;
- iii) calcolare  $f''$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ ;
- iv) disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

**Esercizio 2 [5 punti]** Dato il polinomio

$$z^4 - z^3 - 27iz + 27i$$

determinarne prima una radice intera e poi le altre radici, esprimendole in forma algebrica.

**Esercizio 3 [5 punti]** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{2x}{n}\right)^{n^2}$$

al variare di  $x \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 4 [7 punti]** Calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha$ , il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x - e^{\alpha x^2} + x \log(\cosh x)}{x - \sinh x + e^{-1/x^2}}.$$

**Esercizio 5 [7 punti]** Studiare la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{+\infty} x e^{ax} (2 - \sin x) dx$$

al variare di  $a \in \mathbb{R}$ . Calcolare poi

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x} \sin x dx$$

(sugg.: calcolare preliminarmente una primitiva di  $e^{-x} \sin x$ ).

**NB:** con  $\log$  si indica il logaritmo in base  $e$ .

---

Tempo a disposizione: tre ore. Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.