ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.01.2020

TEMA 1

Esercizio 1 [7 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin\big(2\arctan(|x|^3)\big)$$

i) determinarne il dominio naturale D, il segno, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi di D e gli eventuali asintoti;

ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; non è richiesto lo studio della derivata seconda.

iii) abbozzarne il grafico qualitativo.

Esercizio 2 [6 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \big(1+\sin x\big)^{x^a}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$, usando la forma "$\exp\{\log\dots\}$".

Esercizio 3 [4 punti] Trovare gli zeri in $\mathbb{C}$ di

$$(z^3+5)(z^2+z+1) = 0.$$

Esercizio 4 [4+3 punti] Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ fissato e

$$f_\alpha(t) := \frac{e^{2t}+2e^t}{(e^t-1)^\alpha}\ .$$

i) Calcolare una primitiva di f_α con $\alpha = 1$.

ii) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito $\int_0^1 f_\alpha(t)\,dt$.

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3\sin x)^n n}{n^2+\sqrt{n}}$$

al variare di $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Esercizio facoltativo Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n > 0$ e $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{n}{n+1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si dimostri che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.01.2020

TEMA 2

Esercizio 1 [7 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - \sin\big(2\arctan(|x|^3)\big)$$

i) determinarne il dominio naturale D, il segno, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi di D e gli eventuali asintoti;

ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; non è richiesto lo studio della derivata seconda.

iii) abbozzarne il grafico qualitativo.

Esercizio 2 [6 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \big(1 - \sinh x\big)^{x^a}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$, usando la forma "$\exp\{\log \dots\}$".

Esercizio 3 [4 punti] Trovare gli zeri in $\mathbb{C}$ di

$$(z^2 - z + 1)(z^3 + 4) = 0.$$

Esercizio 4 [4+3 punti] Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ fissato e

$$f_\alpha(t) := \frac{e^{2t} - 3e^t}{(e^t - 1)^\alpha}\ .$$

i) Calcolare una primitiva di f_α con $\alpha = 1$.

ii) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito $\int_0^1 f_\alpha(t)\,dt$.

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(4\cos x)^n n}{n^2 + 1}$$

al variare di $x \in [0, \pi]$.

Esercizio facoltativo Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n > 0$ e $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{n}{n+1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si dimostri che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.01.2020

TEMA 3

Esercizio 1 [7 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = \sin\big(2\arctan(|x|^5)\big)$$

i) determinarne il dominio naturale D, il segno, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi di D e gli eventuali asintoti;

ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; <u>non</u> è richiesto lo studio della derivata seconda.

iii) abbozzarne il grafico qualitativo.

Esercizio 2 [6 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \big(1 - \sin x\big)^{x^a}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$, usando la forma "$\exp\{\log\dots\}$".

Esercizio 3 [4 punti] Trovare gli zeri in $\mathbb{C}$ di

$$(z^3 + 3)(z^2 + z + 2) = 0.$$

Esercizio 4 [4+3 punti] Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ fissato e

$$f_\alpha(t) := \frac{e^{2t} - 2e^t}{(e^t - 1)^\alpha}\ .$$

i) Calcolare una primitiva di f_α con $\alpha = 1$.

ii) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito $\int_0^1 f_\alpha(t)\,dt$.

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(4\sin x)^n n}{n^2 + 2\sqrt{n}}$$

al variare di $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Esercizio facoltativo Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n > 0$ e $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{n}{n+1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si dimostri che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.

ANALISI MATEMATICA 1

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 20.01.2020

TEMA 4

Esercizio 1 [7 punti] Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - \sin\big(2\arctan(|x|^5)\big)$$

i) determinarne il dominio naturale D, il segno, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi di D e gli eventuali asintoti;

ii) studiarne la derivabilità, calcolarne la derivata, studiarne la monotonia, determinarne gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto; non è richiesto lo studio della derivata seconda.

iii) abbozzarne il grafico qualitativo.

Esercizio 2 [6 punti] Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \big(1 + \sinh x\big)^{x^a}$$

al variare di $a \in \mathbb{R}$, usando la forma "$\exp\{\log \dots\}$".

Esercizio 3 [4 punti] Trovare gli zeri in $\mathbb{C}$ di

$$(z^2 - z + 2)(z^3 + 2) = 0.$$

Esercizio 4 [4+3 punti] Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ fissato e

$$f_\alpha(t) := \frac{e^{2t} + 3e^t}{(e^t - 1)^\alpha}\ .$$

i) Calcolare una primitiva di f_α con $\alpha = 1$.

ii) Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito $\int_0^1 f_\alpha(t)\,dt$.

Esercizio 5 [6 punti] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3\cos x)^n n}{n^2 + 2}$$

al variare di $x \in [0, \pi]$.

Esercizio facoltativo Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n > 0$ e $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{n}{n+1}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si dimostri che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

NB: con log si indica il logaritmo in base e.

Tempo a disposizione: 2 ore e 45 minuti.

Il candidato deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. La brutta copia non va consegnata: viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere con sé, anche spenti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo e usare libri e appunti. Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata. La parte facoltativa ha rilevanza solo per il voto finale, non per l'ammissione all'orale.