

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 22.01.2024

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Si consideri nel piano complesso l'equazione:

$$\frac{z}{2\bar{z}} = \frac{\operatorname{Im}(\bar{z})}{|z|^2}i.$$

Determinarne le soluzioni esprimendole in forma algebrica.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza semplice e la convergenza assoluta della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(3x)^n}{n \ln n + 3 \sin^2 n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

(a) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{1 - \sin x} dx.$$

(b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\frac{\alpha}{2}}}{1 - \sin x} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

[*Suggerimento:* Si ricordi che $\cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin t$, $\sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.]

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + o(x^7).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 22.01.2024

TEMA 2

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{x}\right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Si consideri nel piano complesso l'equazione:

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{\operatorname{Im}(z)}{|3z|^2}i.$$

Determinarne le soluzioni esprimendole in forma algebrica.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza semplice e la convergenza assoluta della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x^n}{n \ln(n^2) + 6 \sin n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

(a) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{1 - \sin x} dx.$$

(b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{3\alpha}}{1 - \sin x} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

[*Suggerimento:* Si ricordi che $\cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin t$, $\sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.]

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + o(x^7).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 22.01.2024

TEMA 3

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{4x^2 - 1}{x}\right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Si consideri nel piano complesso l'equazione:

$$\frac{\bar{z}}{z} = \frac{\operatorname{Im}(z)}{|z|^2}i.$$

Determinarne le soluzioni esprimendole in forma algebrica.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza semplice e la convergenza assoluta della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2x)^n}{n \ln n + 3 \cos n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

(a) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{1 - \sin x} dx.$$

(b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^\alpha}{1 - \sin x} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

[*Suggerimento:* Si ricordi che $\cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin t$, $\sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.]

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + o(x^7).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 22.01.2024

TEMA 4

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 9}{x}\right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Si consideri nel piano complesso l'equazione:

$$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{\operatorname{Im}(2\bar{z})}{|z|^2}i.$$

Determinarne le soluzioni esprimendole in forma algebrica.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza semplice e la convergenza assoluta della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x^n}{n \ln n + 5 \sin n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

(a) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{1 - \sin x} dx.$$

(b) Studiare la convergenza di

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(\cos x)^{\alpha+1}}{1 - \sin x} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

[*Suggerimento:* Si ricordi che $\cos(\frac{\pi}{2} - t) = \sin t$, $\sin(\frac{\pi}{2} - t) = \cos t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.]

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\sin(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + o(x^6),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + o(x^7).$$