

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 12.02.2024

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \left(e^{|x|} + \frac{1}{2}|x| + 1 \right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Determinare in campo complesso le soluzioni di

$$z^4 + (4i - 2\sqrt{3})z^2 - (4 + 4\sqrt{3}i) = 0$$

e disegnarle sul piano di Gauss.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^a \left(\cosh \left(\frac{1}{2n} \right) - 1 \right)}{3 \log n - \arctan n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 |x| \sqrt{x^2 + 5} \, dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_2^{+\infty} \arctan \left(\frac{1}{x^a} \right) \cdot (\sqrt{x+5})^{a-4} \, dx \quad \text{per } a \in \mathbb{R}.$$

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + o(x^4),$$

$$\cosh(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + o(x^5).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 12.02.2024

TEMA 2

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(2e^{|x|} + |x| + 1)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Determinare in campo complesso le soluzioni di

$$z^4 + (2i - \sqrt{3})z^2 - (1 + i\sqrt{3}) = 0$$

e disegnarle sul piano di Gauss.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^a (1 - \cos(\frac{1}{3n}))}{2 \log n + \arctan n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_{-2}^2 |x| \sqrt{x^2 + 4} dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_2^{+\infty} \arctan(x^a) \cdot (\sqrt{x+4})^{-a-3} dx \quad \text{per } a \in \mathbb{R}.$$

Tempo: due ore e mezza (comprenditive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + o(x^4),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + o(x^5).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 12.02.2024

TEMA 3

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(e^{|x|} + 2|x| + 1)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Determinare in campo complesso le soluzioni di

$$z^4 + (2\sqrt{3} - 4i)z^2 - (4\sqrt{3}i + 4) = 0$$

e disegnarle sul piano di Gauss.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^a (1 - \cos(\frac{1}{2n}))}{3 \log n - \arctan n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

- (a) Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 |x| \sqrt{x^2 + 3} dx.$$

- (b) Studiare la convergenza di

$$\int_2^{+\infty} \arctan\left(\frac{1}{x^a}\right) \cdot (\sqrt{x+3})^{a-4} dx \quad \text{per } a \in \mathbb{R}.$$

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + o(x^4),$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + o(x^5).$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 12.02.2024

TEMA 4

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{1}{2} e^{|x|} + |x| + 1 \right)$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Determinare in campo complesso le soluzioni di

$$z^4 + (\sqrt{3} - 2i)z^2 - (i\sqrt{3} + 1) = 0$$

e disegnarle sul piano di Gauss.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $a \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^a \left(\cosh \left(\frac{1}{3n} \right) - 1 \right)}{2 \log n + \arctan n}.$$

Esercizio 4 (punti 8)

(a) Calcolare l'integrale

$$\int_{-2}^2 |x| \sqrt{x^2 + 2} dx.$$

(b) Studiare la convergenza di

$$\int_2^{+\infty} \arctan(x^a) \cdot (\sqrt{x+2})^{-a-4} dx \quad \text{per } a \in \mathbb{R}.$$

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + o(x^4),$$

$$\cosh(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + o(x^5).$$