

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Appello del 01.07.2024

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = |x - 2|e^{\frac{1}{x-2}}$$

- (a) determinarne il dominio, il segno ed eventuali simmetrie;
- (b) calcolare i limiti ed eventuali asintoti agli estremi del dominio;
- (c) calcolare la derivata e discutere la derivabilità di f (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- (d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .

Esercizio 2 (punti 8) Si consideri nel piano complesso l'equazione:

$$\left(\frac{z + 3i}{i}\right)^4 = -16$$

Determinarne le soluzioni esprimendole in forma algebrica.

Esercizio 3 (punti 8) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $a > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^a + 1}{n^2 + 1} a^n.$$

Esercizio 4 (punti 8) Calcolare

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{3 \sin x - 4} dx$$

[*Suggerimento:* si ricorda la sostituzione $t = \tan(x/2)$, $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$, $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$.]

Tempo: due ore e mezza (comprenditive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.