

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - Tema 1

1. (a) Scrivere la definizione di limite di funzione in un punto.
(b) Enunciare il teorema della permanenza del segno (e il suo corollario).
(c) Usando la definizione al punto (a), stabilire se la funzione $f(x) = -x^2 + 3$ verifica

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty.$$

2. (a) Scrivere la definizione di serie divergente.
(b) Enunciare il criterio della radice per le serie.
(c) Enunciare il teorema della media integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

TEMA 1

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan(x - 1).$$

- a) Determinarne il dominio; i limiti ed eventuali asintoti;
- b) discutere la derivabilità di f e calcolarne la derivata f' (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- c) discutere la derivabilità di f' e calcolarne la derivata f'' ; determinare la convessità di f ed eventuali punti di flesso;
- d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .
- (e) **Facoltativo:** Mostrare che esiste un unico punto x_0 tale che $f(x_0) = 0$.

Esercizio 2 (punti 8) Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n^2 + 1} (x - 4)^n.$$

Esercizio 3 (punti 8) Al variare di $a \in (0, \infty)$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x - x^a}{\arcsin x - x}.$$

Esercizio 4 (punti 8) Si consideri l'EDO data da

$$y'(t) = 3t(y(t))^2$$

- a) trovarne la soluzione generale
- b) trovarne l'unica soluzione $\hat{y}(t)$ che verifica la condizione iniziale $\hat{y}(1) = 1$ e determinarne il suo insieme di definizione.

Esercizio 4b (punti 8) (a scelta per iscritti al corso in AA $\leq 23/24$) Determinare le radici complesse dell'equazione $z^3 = 8i$, scriverle in forma algebrica e disegnarle sul piano di Gauss.

Tempo: due ore e mezza (comprenditive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\begin{aligned}\sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2}) \\ \arcsin x &= x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \cdots + \frac{(2n)!}{4^n(n!)^2(2n+1)}x^{2n+1} + o(x^{2n+2})\end{aligned}$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - Tema 2

1. (a) Scrivere la definizione di limite di funzione in un punto.
(b) Enunciare il teorema dei Carabinieri (caso limitato).
(c) Usando la definizione del punto (a), stabilire se la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ verifica

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

2. (a) Scrivere la definizione di serie convergente.
(b) Enunciare il criterio del rapporto per le serie.
(c) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

TEMA 2

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan(x + 1).$$

- a) Determinarne il dominio; i limiti ed eventuali asintoti;
- b) discutere la derivabilità di f e calcolarne la derivata f' (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- c) discutere la derivabilità di f' e calcolarne la derivata f'' ; determinare la convessità di f ed eventuali punti di flesso;
- d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .
- (e) **Facoltativo:** Mostrare che esiste un unico punto x_0 tale che $f(x_0) = 0$.

Esercizio 2 (punti 8) Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{3n^2 + 1} (x - 2)^n.$$

Esercizio 3 (punti 8) Al variare di $a \in (0, \infty)$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x - \frac{x^a}{2}}{\arcsin x - x}.$$

Esercizio 4 (punti 8) Si consideri l'EDO data da

$$y'(t) = 2t(y(t))^2$$

- a) trovarne la soluzione generale
- b) trovarne l'unica soluzione $\hat{y}(t)$ che verifica la condizione iniziale $\hat{y}(1) = 1$ e determinarne il suo insieme di definizione.

Esercizio 4b (punti 8) (a scelta per iscritti al corso in AA $\leq$ 23/24) Determinare le radici complesse dell'equazione $z^3 = 8i$, scriverle in forma algebrica e disegnarle sul piano di Gauss.

Tempo: due ore e mezza (comprensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\begin{aligned}\cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1}) \\ \arcsin x &= x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \cdots + \frac{(2n)!}{4^n(n!)^2(2n+1)}x^{2n+1} + o(x^{2n+2})\end{aligned}$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - Tema 3

1. (a) Scrivere la definizione di limite di funzione in un punto.
(b) Enunciare il teorema dei Carabinieri (caso limitato).
(c) Usando la definizione del punto (a), stabilire se la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ verifica

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0.$$

2. (a) Scrivere la definizione di serie convergente.
(b) Enunciare il criterio del rapporto per le serie.
(c) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

TEMA 3

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan(x + 2).$$

- a) Determinarne il dominio; i limiti ed eventuali asintoti;
- b) discutere la derivabilità di f e calcolarne la derivata f' (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- c) discutere la derivabilità di f' e calcolarne la derivata f'' ; determinare la convessità di f ed eventuali punti di flesso;
- d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .
- (e) **Facoltativo:** Mostrare che esiste un unico punto x_0 tale che $f(x_0) = 0$.

Esercizio 2 (punti 8) Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n^2 + 1} (x + 2)^n.$$

Esercizio 3 (punti 8) Al variare di $a \in (0, \infty)$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x - x^a}{\arctan x - x}.$$

Esercizio 4 (punti 8) Si consideri l'EDO data da

$$y'(t) = 4t(y(t))^2$$

- a) trovarne la soluzione generale
- b) trovarne l'unica soluzione $\hat{y}(t)$ che verifica la condizione iniziale $\hat{y}(1) = 1$ e determinarne il suo insieme di definizione.

Esercizio 4b (punti 8) (a scelta per iscritti al corso in AA $\leq$ 23/24) Determinare le radici complesse dell'equazione $z^3 = 8i$, scriverle in forma algebrica e disegnarle sul piano di Gauss.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\begin{aligned}\tan x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6) \\ \arctan x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})\end{aligned}$$

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

Scrivete il/la vostro/a docente di riferimento e il numero di tema nei fogli che consegnate!

Parte di Teoria - Tema 4

1. (a) Scrivere la definizione di limite di funzione in un punto.
(b) Enunciare il teorema della permanenza del segno (e il suo corollario).
(c) Usando la definizione del punto (a), stabilire se la funzione $f(x) = x^2 + 3$ verifica

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty.$$

2. (a) Scrivere la definizione di serie divergente.
(b) Enunciare il criterio della radice per le serie.
(c) Enunciare il teorema della media integrale.

Tempo: 30 min.

ANALISI MATEMATICA 1
Area dell'Ingegneria dell'Informazione – Canali B e D

Appello del 08.09.2025

TEMA 4

Esercizio 1 (punti 8) Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan(x - 2).$$

- a) Determinarne il dominio; i limiti ed eventuali asintoti;
- b) discutere la derivabilità di f e calcolarne la derivata f' (compresi i limiti della derivata ove necessario); discutere la monotonia di f e determinare l'estremo inferiore e l'estremo superiore di f ed eventuali punti di minimo e massimo relativo ed assoluto;
- c) discutere la derivabilità di f' e calcolarne la derivata f'' ; determinare la convessità di f ed eventuali punti di flesso;
- d) fare un abbozzo qualitativo del grafico di f .
- (e) **Facoltativo:** Mostrare che esiste un unico punto x_0 tale che $f(x_0) = 0$.

Esercizio 2 (punti 8) Discutere, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{2n^2 + 1} (x + 2)^n.$$

Esercizio 3 (punti 8) Al variare di $a \in (0, \infty)$, calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x) - x^a}{\arctan x - x}.$$

Esercizio 4 (punti 8) Si consideri l'EDO data da

$$y'(t) = 5t(y(t))^2$$

- a) trovarne la soluzione generale
- b) trovarne l'unica soluzione $\hat{y}(t)$ che verifica la condizione iniziale $\hat{y}(1) = 1$ e determinarne il suo insieme di definizione.

Esercizio 4b (punti 8) (a scelta per iscritti al corso in AA $\leq$ 23/24) Determinare le radici complesse dell'equazione $z^3 = 8i$, scriverle in forma algebrica e disegnarle sul piano di Gauss.

Tempo: due ore e mezza (comprehensive di domande di teoria). Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Alcuni sviluppi di Mac Laurin.

$$\begin{aligned} \log(1+x) &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} + o(x^n) \\ \arctan x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2}) \end{aligned}$$