

PROGRAMMA del corso di Analisi Matematica 1 svolto fino a: 7 novembre 2025

Ingegneria biomedica, Canale 2
docente: Claudio Marchi
a.a. 2025-2026

Testi Consigliati:

“Analisi Matematica 1, teoria e applicazioni”, A. Marson, P. Baiti, F. Ancona & B. Rubino, Carocci Editore.

“Analisi Matematica 1”, M. Bramanti, C.D. Pagani & S. Salsa, Zanichelli Editore.

“Analisi Matematica 1”, A. Languasco, Hoepli Editore.

“Analisi Matematica 1”, M. Bertsch, R. Dal Passo & L. Giacomelli, Mc Graw Hill Editore.

Dispensa a cura dei docenti, contenente i temi d’esame svolti ed altri esercizi.

Complementi in rete sulle pagine web dei docenti; in particolare i file pdf delle singole lezioni sulla piattaforma stem.elearning.unipd.it.

Legenda: con il simbolo “(D)” si intende che la dimostrazione dell’enunciato è da considerarsi di base mentre con il simbolo “(d)” si intende che la dimostrazione dell’enunciato è ritenuta più difficile. Le restanti dimostrazioni non sono richieste.

1 Elementi introduttivi

1.1 Logica elementare, sommatorie, principio di induzione

- Quantificatori. Negazione di proposizioni con quantificatori.
- Sommatorie e loro proprietà.
- Principio di induzione (d). Formula della progressione geometrica (D). Formula della progressione telescopica (d).
- Fattoriale. Coefficienti binomiali e loro proprietà. Formula del binomio di Newton.

1.2 Elementi di teoria degli insiemi, insiemi numerici $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

- Simboli e operazioni sugli insiemi. Prodotto cartesiano di insiemi. Insiemi numerici: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$. $\mathbb{Q}$ è un campo ordinato. $\mathbb{Q}$ non contiene $\sqrt{2}$ (d).
- I numeri reali come allineamenti decimali. L’insieme $\mathbb{R}$. Teorema di completezza. Simboli “ $+\infty$ ” e “ $-\infty$ ”. Retta reale estesa $\mathbb{R}^*$.
- Definizione di modulo o valore assoluto; disuguaglianza triangolare (d).
- Insiemi limitati, superiormente o inferiormente limitati. Definizione di: maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore ed estremo inferiore. Unicità del massimo e del minimo (D). Caratterizzazione dell’estremo superiore/inferiore.
- Radicali ed esponenti a potenza reale. Logaritmi e loro proprietà.

2 Funzioni

- Definizione di funzione. Dominio, codominio, immagine e grafico di una funzione. Funzioni reali di variabile reale. Funzioni elementari. Immagine e controimmagine di insiemi tramite una funzione. Composizione di funzioni. Funzioni iniettive e suriettive. Funzione inversa. Funzione invertibile su un insieme. Funzioni pari e dispari. Funzioni periodiche. Funzioni monotone.

- Funzioni trigonometriche e loro inverse. Funzione “parte intera”, funzione “mantissa”, funzione di Dirichlet.
- Funzioni limitate ed illimitate. Massimo, minimo, estremo superiore ed inferiore di una funzione. Punti di estremo di una funzione. Estremi ed estremanti di una funzione.
- Funzioni iperboliche e loro proprietà; funzioni iperboliche inverse e loro formula esplicita (solo per $\sinh$: d).

3 Limiti di funzioni

- Intorni di un punto di $\mathbb{R}^*$. Intersezione di intorni è un intorno (D). Proprietà di separazione (D). Definizione di punto di accumulazione di un insieme. Punto isolato di un insieme. Proprietà verificate definitivamente.
- Definizione di limite di una funzione nelle sue varie formulazioni. Esempi di limiti calcolati usando la definizione (D). Teorema di unicità del limite (D). Limite finito implica locale limitatezza (D).
- Punto di accumulazione destro e sinistro di un insieme. Definizione di limite destro e di limite sinistro di una funzione. Relazione tra limite ed i limiti destro e sinistro.
- Relazione tra limite di una funzione e limite del suo modulo (d). Teorema della permanenza del segno (D) e suo corollario (D). Teorema dei carabinieri, caso limitato (D). Limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)$ (d). Teorema sull'algebra dei limiti (D). Forme indeterminate. Teorema sull'algebra estesa dei limiti. Teorema del confronto (D). Teorema del cambio di variabile. Teorema sul limite di funzioni monotone. Limiti delle principali funzioni elementari. Limiti notevoli derivanti da $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)$ (d).
- Definizione del numero di Nepero “ e ”; limiti notevoli conseguenti (d).
- Asintoticità di due funzioni: simbolo “ $\sim$ ”. Il simbolo “ o -piccolo” e la sua algebra. Relazione tra asintoticità ed o -piccolo (d). Cambio di variabile negli sviluppi. Teorema di sostituzione degli infinitesimi e degli infiniti. Gerarchia degli infiniti. Il simbolo “ O -grande”. Ordine di infinito e di infinitesimo. Ordine di infinito e di infinitesimo rispetto ad una famiglia di funzioni-campione.

4 Successioni

- Successioni. Proprietà verificate definitivamente da una successione. Definizione di limite di una successione. Successioni convergenti, divergenti, infinitesime, indeterminate, monotone. Una successione è definitivamente limitata se e solo se è limitata (D). Una successione convergente è limitata (D).
- Teorema dell'unicità del limite, relazione tra limite e modulo, teorema sull'algebra dei limiti, teorema della permanenza del segno, teorema del confronto, teorema dei carabinieri, caratterizzazione del limite per le successioni monotone.
- Gerarchia degli infiniti per le successioni.
- $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ è una successione convergente.
- Sottosuccessioni. Una successione ha limite l se e solo se tutte le sue sottosuccessioni hanno limite l . Teorema di Bolzano-Weierstrass per le successioni. Teorema-ponte.

5 Serie

- Definizione di somme parziali. Definizione di serie convergente, divergente, regolare ed irregolare (indeterminata). Serie geometrica e suo carattere (D). Serie di Mengoli e suo carattere (D).

- Carattere della somma di serie convergenti e del prodotto di una serie regolare per una costante. Coda di una serie. Limite del termine generale di una serie convergente (cioè condizione necessaria per la convergenza di una serie) (**D**). Possibili caratteri di una serie con termini di segno definitivamente costante (**D**). Serie assolutamente convergenti. Convergenza assoluta implica convergenza semplice (**D**). Criterio di condensazione. Carattere della serie armonica (**D**).