

ANALISI MATEMATICA 1
Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Tema 1

Esercizio 1 [6 punti]

1. Calcolare il massimo e il minimo assoluto della funzione $\phi(x) = xe^{-x^2}$ e dedurne che

$$|x|e^{-x^2} < 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = \arcsen(|x|e^{-x^2}).$$

[Dominio, simmetrie, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, abbozzo del grafico]

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale improprio

$$I \doteq \int_0^{+\infty} x^2 \sen f(x) dx$$

dove la funzione f è definita come nell'Esercizio 1.

Esercizio 3 [5 punti]

Al variare di $\alpha > 0$ studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\arcsen(n^{-1}) + 3][\tan(\frac{1}{n}) - \frac{1}{n}]^{\alpha}}{\ln(n^2 + 2) - \ln(n^2)}.$$

Quesito 1 [6 punti]

Sia $f :]7, 9[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione.

1. Si dia la definizione di derivata di f in $x = 8$.
2. Si dimostri che se f è derivabile in 8, allora f è continua in 8.

Quesito 2 [5 punti]

Si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \tan x \sen x + 1 - \cos x.$$

Quesito 3 [5 punti]

Si enunci il teorema Lagrange e se ne illustri una conseguenza per la monotonia delle funzioni.

Tempo a disposizione: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Tema 2

Esercizio 1 [6 punti]

1. Calcolare il massimo e il minimo assoluto della funzione $\phi(x) = (x/2)e^{-\frac{x^2}{4}}$ e dedurre che

$$|x/2|e^{-\frac{x^2}{4}} < 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = \arccos\left(|x/2|e^{-\frac{x^2}{4}}\right)$$

[Dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, abbozzo del grafico]

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale improprio

$$I \doteq \int_0^{+\infty} x^2 \cos f(x) dx$$

dove la funzione f definita come nell'Esercizio 1.

Esercizio 3 [5 punti]

Al variare di $\alpha > 0$ studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[n^{-3} + \ln(n^4 + 1) - \ln(n^4)]^{\alpha} (n^2 + 1)}{(n^2 + 2)(e^{1/n} - 1)}.$$

Quesito 1 [6 punti]

Sia $f :]0, 2[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione.

1. Si dia la definizione di derivata di f in $x = 1$.
2. Si dimostri che se f è derivabile in 1, allora f è continua in 1.

Quesito 2 [5 punti]

Si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \arctan x \arcsen x - \cos x + 1.$$

Quesito 3 [5 punti]

Si enunci il teorema Lagrange e se ne illustri una conseguenza per la monotonia delle funzioni.

Tempo a disposizione: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Tema 3

Esercizio 1 [6 punti]

1. Calcolare il massimo e il minimo assoluto della funzione $\phi(x) = (x/3)e^{-\frac{x^2}{9}}$ e dedurre che

$$|x/3|e^{-\frac{x^2}{9}} < \pi/2 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = \tan\left(|x/3|e^{-\frac{x^2}{9}}\right)$$

[Dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, abbozzo del grafico]

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale improprio

$$I \doteq \int_0^{+\infty} x^2 \arctan f(x) dx$$

dove la funzione f definita come nell'Esercizio 1.

Esercizio 3 [5 punti]

Al variare di $\alpha > 0$ studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - \cos(n^{-\frac{1}{2}})]^{3\alpha}}{\arctan(\frac{1}{n} + 2) \tan(\frac{1}{n^2})}.$$

Quesito 1 [6 punti]

Sia $f :]3, 5[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione.

1. Si dia la definizione di derivata di f in $x = 4$.
2. Si dimostri che se f è derivabile in 4, allora f è continua in 4.

Quesito 2 [5 punti]

Si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \sin^2(x/2) - \cos(x/2) + 1.$$

Quesito 3 [5 punti]

Si enunci il teorema Lagrange e se ne illustri una conseguenza per la monotonia delle funzioni.

Tempo a disposizione: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

ANALISI MATEMATICA 1
Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale
Tema 4

Esercizio 1 [6 punti]

1. Calcolare il massimo e il minimo assoluto della funzione $\phi(x) = (x/5)e^{-\frac{x^2}{25}}$ e dedurre che

$$|x/5|e^{-\frac{x^2}{25}} < 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

2. Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = \arcsen \left(|x/5|e^{-\frac{x^2}{25}} \right)$$

[Dominio, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità ed eventuali limiti della derivata prima, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, abbozzo del grafico]

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale improprio

$$I \doteq \int_0^{+\infty} x^2 \operatorname{sen} f(x) dx$$

dove la funzione f definita come nell'Esercizio 1.

Esercizio 3 [5 punti]

Al variare di $\alpha > 0$ studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\ln(1 + \frac{1}{n^3})]^\alpha [\arctan(n - n^2) + 3]}{e^{1/n} - \cos(1/n) - \frac{1}{n}}.$$

Quesito 1 [6 punti]

Sia $f :]1, 13[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione.

1. Si dia la definizione di derivata di f in $x = 7$.
2. Si dimostri che se f è derivabile in 7, allora f è continua in 7.

Quesito 2 [5 punti]

Si scriva il polinomio di Taylor di secondo grado e centro $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) = \tan^2 x + 1 - \cos x.$$

Quesito 3 [5 punti]

Si enunci il teorema Lagrange e se ne illustri una conseguenza per la monotonia delle funzioni.

Tempo a disposizione: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.