ANALISI MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Quarto appello - 14.9.2011

Prima prova - Tema 1

Cognome e Nome: ..... Matricola: .....

Corso di laurea: ..... Docente: .....

Rispondere correttamente ad almeno 7 tra i seguenti quesiti, scrivendo le risposte nella tabella a fondo pagina. Tempo a disposizione: 30 minuti.

1. Sia $f : [1,3] \to \mathbb{R}$ funzione continua. Allora necessariamente vale

a) f non ha massimo; b) esiste $c \in [1,3]$ tale che $f(c) = 0$;

c) f è integrabile secondo Cauchy-Riemann; d) esiste $x \in]0,3[$ tale che $f'(x) = 0$.

2. L'integrale $\displaystyle\int_0^1 x^2 e^{x^3}\, dx$ vale

3. Quali sono tutti e soli gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui converge l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{(\alpha-1)x}\, dx$?
(Sugg.: provare a calcolarlo)

a) $\alpha < 1$; b) $\alpha \leq 1$; c) $\alpha > 1$; d) $\alpha \geq 1$; e) $\alpha \neq 1$.

4. Il $\lim_{x\to 0} x \ln x$ vale

5. L'equazione $e^{\operatorname{sen} x} = 0$ possiede

a) esattamente una soluzione; b) nessuna soluzione;

c) esattamente due soluzioni; d) n soluzioni con n molto grande; e) infinite soluzioni.

6. Affinché la serie a termini positivi $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ sia convergente è sufficiente che

a) $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$; b) $a_n \sim 1/n^2$;

c) $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1 \quad \forall n$; d) la successione delle somme parziali sia limitata.

7. Sia $A = [0,1[\cup\{2\}$. Allora

a) $\sup A = 2$ e $\max A = 1$; b) $\sup A = 1$ e $\max A = 2$;

c) $\sup A = 2$, ma A non ha massimo; d) $\sup A = \max A = 2$.

8. Sia $y(t) = t + e^{3t}$, $t \in \mathbb{R}$. Allora $y = y(t)$ è soluzione dell'equazione differenziale

a) $y'+3y = t$; b) $y'-3y = 0$; c) $y'+3y = 3t-1$; d) $y' = t^2/2+e^{3t}/3$; e) $y'-3y = 1-3t$.

9. Sia $f(x) = \arctan(1 + \tan x)$. Allora $f'(\pi/4)$ vale

10. Il dominio della funzione $f(x) = \arctan \ln(x-1)$ è

a) $]1-\pi/2, 1+\pi/2[$; b) $]1,+\infty[$; c) $\mathbb{R}$; d) $\mathbb{R}\setminus\{1\}$; e) $\mathbb{R}\setminus\{\pm\pi/2\}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ANALISI MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Quarto appello - 14.9.2011

Prima prova - Tema 2

Cognome e Nome: ..... Matricola: .....

Corso di laurea: ..... Docente: .....

Rispondere correttamente ad almeno 7 tra i seguenti quesiti, scrivendo le risposte nella tabella a fondo pagina. Tempo a disposizione: 30 minuti.

1. Sia $f(x) = \arctan(1 + \operatorname{sen} x)$. Allora $f'(\pi)$ vale

2. Il dominio della funzione $f(x) = \arctan \ln(x + 2)$ è

a) $]-21-\pi/2, -2+\pi/2[$; b) $\mathbb{R}$; c) $\mathbb{R} \setminus \{\pm\pi/2\}$; d) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; e) $]-2, +\infty[$.

3. Sia $f : [1, 3] \to \mathbb{R}$ funzione continua. Allora necessariamente vale

a) f non è integrabile secondo Cauchy-Riemann; b) f ha massimo;
c) esiste $c \in [1, 3]$ tale che $f(c) = 0$; d) esiste $x \in]0, 3[$ tale che $f'(x) = 0$.

4. L'integrale $\displaystyle\int_0^1 x^3 e^{x^4}\, dx$ vale

5. Quali sono tutti e soli gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui converge l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{(\alpha+1)x}\, dx$?
(Sugg.: provare a calcolarlo)

a) $\alpha > -1$; b) $\alpha \leq -1$; c) $\alpha \geq -1$; d) $\alpha < -1$; e) $\alpha \neq -1$.

6. Il $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}$ vale

7. L'equazione $e^{\cos x} = 0$ possiede

a) esattamente una soluzione; b) n soluzioni con n molto grande;
c) esattamente due soluzioni; d) infinite soluzioni; e) nessuna soluzione.

8. Affinché la serie a termini positivi $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ sia convergente è sufficiente che

a) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sia infinitesima; b) $a_n \leq 1/n \quad \forall\, n$;
c) $\displaystyle\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1/2$; d) la successione delle somme parziali sia limitata.

9. Sia $A =]0, 1] \cup \{-2\}$. Allora

a) $\inf A = \min A = -2$; b) $\inf A = 0$ e $\min A = -2$;
c) $\inf A = -2$, ma A non ha minimo; d) $\inf A = -2$ e $\min A = 0$.

10. Sia $y(t) = 2t - e^{3t}$, $t \in \mathbb{R}$. Allora $y = y(t)$ è soluzione dell'equazione differenziale

a) $y' - 3y = 2 - 6t$; b) $y' - 3y = 0$; c) $y' + 3y = t$; d) $y' = t^2 - e^{3t}/3$; e) $y' + 3y = 6t - 2$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ANALISI MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Quarto appello - 14.9.2011

Prima prova - Tema 3

Cognome e Nome: ..... Matricola: .....

Corso di laurea: ..... Docente: .....

Rispondere correttamente ad almeno 7 tra i seguenti quesiti, scrivendo le risposte nella tabella a fondo pagina. Tempo a disposizione: 30 minuti.

1. Il $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}$ vale

2. Sia $y(t) = t + e^{2t}$, $t \in \mathbb{R}$. Allora $y = y(t)$ è soluzione dell'equazione differenziale

a) $y'+2y = t$; b) $y'-2y = 0$; c) $y'-2y = 1-2t$; d) $y' = t^2/2+e^{2t}/2$; e) $y'+2y = 2t-1$.

3. L'equazione $e^{\cos e^x} = 0$ possiede

a) nessuna soluzione; b) esattamente una soluzione;
c) esattamente due soluzioni; d) n soluzioni con n molto grande; e) infinite soluzioni.

4. Sia $A = [0, 2[\cup\{3\}$. Allora

a) $\sup A = 3$, ma A non ha massimo; b) $\sup A = 2$ e $\max A = 3$;
c) $\sup A = \max A = 3$; d) $\sup A = 3$ e $\max A = 2$.

5. Sia $f(x) = \arctan(1 + \cos x)$. Allora $f'(\pi/2)$ vale

6. Il dominio della funzione $f(x) = \arctan \ln(x - 3)$ è

a) $\mathbb{R} \setminus \{\pm\pi/2\}$; b) $]3, +\infty[$; c) $\mathbb{R}$; d) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$; e) $]3 - \pi/2, 3 + \pi/2[$.

7. L'integrale $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos x^2 \, dx$ vale

8. Quali sono tutti e soli gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui converge l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} e^{-(\alpha+1)x} \, dx$?
(Sugg.: provare a calcolarlo)

a) $\alpha > -1$; b) $\alpha \leq -1$; c) $\alpha < -1$; d) $\alpha \geq -1$; e) $\alpha \neq -1$.

9. Sia $f : [1, 3] \to \mathbb{R}$ funzione continua. Allora necessariamente vale

a) esiste $c \in [1, 3]$ tale che $f(c) = 0$; b) f non è integrabile secondo Cauchy-Riemann;
c) f non ha minimo; d) f è limitata.

10. Affinché la serie a termini positivi $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ sia convergente è sufficiente che

a) $a_n \leq 1/n \quad \forall n$; b) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ sia infinitesima;
c) $\sqrt[n]{a_n} < 1 \quad \forall n$; d) la successione delle somme parziali sia convergente.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ANALISI MATEMATICA 1

Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Quarto appello - 14.9.2011

Prima prova - Tema 4

Cognome e Nome: ..... Matricola: .....

Corso di laurea: ..... Docente: .....

Rispondere correttamente ad almeno 7 tra i seguenti quesiti, scrivendo le risposte nella tabella a fondo pagina. Tempo a disposizione: 30 minuti.

1. Sia $y(t) = 3t - e^{2t}$, $t \in \mathbb{R}$. Allora $y = y(t)$ è soluzione dell'equazione differenziale

a) $y' - 2y = t$; b) $y' + y = 0$; c) $y' = 3t^2/2 - e^{2t}/2$; d) $y' - 2y = 3 - 6t$; e) $y' + 2y = 6t - 3$.

2. Sia $f(x) = \arctan(1 + \cot x)$. Allora $f'(\pi/4)$ vale

3. Il dominio della funzione $f(x) = \arctan \ln(x + 3)$ è

a) $]-3, +\infty[$; b) $\mathbb{R}$; c) $]-3-\pi/2, -3+\pi/2[$; d) $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$; e) $\mathbb{R} \setminus \{\pm\pi/2\}$.

4. Sia $f : [1, 3] \to \mathbb{R}$ funzione continua. Allora necessariamente vale

a) esiste $x \in]0, 3[$ tale che $f'(x) = 0$; b) f è illimitata;
c) esiste $c \in [1, 3]$ tale che $f(c) = 0$; d) f ha minimo.

5. L'integrale $\displaystyle\int_0^{\sqrt[3]{\pi/2}} x^2 \cos x^3 \, dx$ vale

6. Quali sono tutti e soli gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui converge l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-(\alpha-1)x} \, dx$?
(Sugg.: provare a calcolarlo)

a) $\alpha \neq 1$; b) $\alpha \leq 1$; c) $\alpha < 1$; d) $\alpha \geq 1$; e) $\alpha > 1$.

7. Il $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} x e^x$ vale

8. L'equazione $e^{\operatorname{sen} e^x} = 0$ possiede

a) n soluzioni con n molto grande; b) infinite soluzioni;
c) esattamente due soluzioni; d) nessuna soluzione; e) esattamente una soluzione.

9. Affinché la serie a termini positivi $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ sia convergente è sufficiente che

a) $\displaystyle\lim_n \sqrt[n]{a_n} = 1/3$; b) la successione delle somme parziali sia limitata;
c) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sia infinitesima; d) $a_n \leq 1/n \quad \forall n$.

10. Sia $A =]1, 2] \cup \{-3\}$. Allora

a) $\inf A = -3$, ma A non ha minimo; b) $\inf A = 1$ e $\min A = -3$;
c) $\inf A = \min A = -3$; d) $\inf A = -3$ e $\min A = 1$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10