

Analisi Matematica 1 per IM - 07/02/2018

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia data la funzione f definita da

$$f(x) = |x + 1|e^{\frac{1}{x+2}}.$$

[Dominio, simmetrie, segno, continuità, eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, studio della derivata seconda, intervalli di convessità e concavità, eventuali punti di flesso, abbozzo del grafico]

Per lo studio della derivata prima può essere utile ricordare che $|x + 1| = (x + 1) \operatorname{sgn}(x + 1)$.

Esercizio 2 [9 punti]

1. [6 punti] Stabilire se ognuno dei seguenti integrali impropri è convergente o divergente

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x^2}{x^{3/2} \ln(1 + x^4)} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{1 - \cos x^2}{x^{3/2} \ln(1 + x^4)} dx.$$

2. [3 punti] Trovare tutti e soli gli $\alpha > 0$ per i quali converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x^\alpha}{x^{3/2} \ln(1 + x^{3\alpha-2})} dx.$$

Esercizio 3 [4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(4y + 1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Analisi Matematica 1 per IM - 07/02/2018

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 2 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = |x - 3|e^{\frac{1}{x-2}}.$$

[Dominio, simmetrie, segno, continuità, eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, studio della derivata seconda, intervalli di convessità e concavità, eventuali punti di flesso, abbozzo del grafico]

Per lo studio della derivata prima può essere utile ricordare che $|x - 3| = (x - 3) \operatorname{sgn}(x - 3)$.

Esercizio 2 [9 punti]

1. [6 punti] Stabilire se ognuno dei seguenti integrali impropri è convergente o divergente

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x^{3/2}}{x^{4/3} \ln(1 + x^{2/3})} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x^{3/2}}{x^{4/3} \ln(1 + x^{2/3})} dx.$$

2. [3 punti] Trovare tutti e soli gli $\alpha > 0$ per i quali converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x^\alpha}{x^{4/3} \ln(1 + x^{2\alpha-2})} dx.$$

Esercizio 3 [4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(2y + 1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Analisi Matematica 1 per IM - 07/02/2018

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 3 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = |x - 4|e^{\frac{1}{x-3}}.$$

[Dominio, simmetrie, segno, continuità, eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, studio della derivata seconda, intervalli di convessità e concavità, eventuali punti di flesso, abbozzo del grafico]

Per lo studio della derivata prima può essere utile ricordare che $|x - 4| = (x - 4) \operatorname{sgn}(x - 4)$.

Esercizio 2 [9 punti]

1. [6 punti] Stabilire se ognuno dei seguenti integrali impropri è convergente o divergente

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x^2}{x^{5/3} \ln(1 + x^{4/3})} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} x^2}{x^{5/3} \ln(1 + x^{4/3})} dx.$$

2. [3 punti] Trovare tutti e soli gli $\alpha > 0$ per i quali converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x^\alpha}{x^{5/3} \ln(1 + x^{3\alpha-3})} dx.$$

Esercizio 3 [4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(3y + 2) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Analisi Matematica 1 per IM - 07/02/2018

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 4 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Studiare la funzione f definita da

$$f(x) = |x - 2|e^{\frac{1}{x-1}}.$$

[Dominio, simmetrie, segno, continuità, eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto, studio della derivata seconda, intervalli di convessità e concavità, eventuali punti di flesso, abbozzo del grafico]

Per lo studio della derivata prima può essere utile ricordare che $|x - 2| = (x - 2) \operatorname{sgn}(x - 2)$.

Esercizio 2 [9 punti]

1. [6 punti] Stabilire se ognuno dei seguenti integrali impropri è convergente o divergente

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x^2}{x^{7/4} \ln(1 + x^{5/2})} dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{1 - \cos x^2}{x^{7/4} \ln(1 + x^{5/2})} dx.$$

2. [3 punti] Trovare tutti e soli gli $\alpha > 0$ per i quali converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x^{\alpha/2}}{x^{7/4} \ln(1 + x^{2\alpha-2})} dx.$$

Esercizio 3 [4 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^3(5y + 2) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$