

ANALISI MATEMATICA 1 - 23/01/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Primo Appello - Test 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Il dominio della funzione $f(x) = \arcsin(2x)$ è

- A) $[-1, 1]$ B) $[-\pi, \pi]$ C) $[-\pi/2, \pi/2]$ D) $[-1/2, 1/2]$ E) Nessuna delle precedenti.

2. L'integrale $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx$ vale

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) π E) Nessuna delle precedenti.

3. L'ordine di infinitesimo della funzione $f(x) = \ln(1 + x^2) + e^{-1/x^2}$ per $x \rightarrow 0$ è

- A) 1 B) $3/2$ C) 2 D) 3 E) Nessuna delle precedenti.

4. La derivata prima della funzione $f(x) = \sin x + \ln(x^3 + 1)$ in $x = 0$ vale

- A) 0 B) -1 C) $\ln 3$ D) 1 E) Nessuna delle precedenti.

5. Sia $F(x) = \int_1^x \cos(t^2) dt$. Allora $F'(0)$ vale

- A) 1 B) 0 C) -1 D) π E) Nessuna delle precedenti.

6. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x}$ vale

- A) -1 B) 1 C) 0 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

7. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n}$

- A) vale -1 B) vale 1 C) vale π D) non esiste E) Nessuna delle precedenti.

8. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

- A) è convergente B) diverge a $+\infty$ C) diverge a $-\infty$
D) non converge assolutamente E) Nessuna delle precedenti.

9. L'integrale $\int_{-1}^0 \frac{1}{|x|} dx$ vale

- A) 2 B) $+\infty$ C) 1 D) $\ln 2$ E) Nessuna delle precedenti.

10. Sia $f(x) = |x - x^2|$. Allora una sola delle seguenti affermazioni è sicuramente vera:

- A) f è derivabile in $\mathbb{R}$; B) f assume valori strettamente negativi; C) f è inferiormente illimitata;
D) f è superiormente illimitata; E) Nessuna delle precedenti.

ANALISI MATEMATICA 1 - 23/01/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Primo Appello - Test 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. La derivata prima della funzione $f(x) = e^{x^2-1} + \cos x$ in $x = 0$ vale
A) 0 B) e^2 C) 2 D) -1 E) Nessuna delle precedenti.
2. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{n}$ vale
A) 0 B) 1 C) e D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.
3. Sia $f(x) = |x^2 - x|$. Allora una sola delle seguenti affermazioni è sicuramente vera:
A) f è derivabile in $\mathbb{R}$; B) f assume valori strettamente negativi; C) f è superiormente limitata;
D) f è inferiormente illimitata; E) Nessuna delle precedenti.
4. Il dominio della funzione $f(x) = \arccos(x/3)$ è
A) $[-1, 1]$ B) $[-3, 3]$ C) $[0, 3\pi]$ D) $[-\pi, \pi]$ E) Nessuna delle precedenti.
5. L'integrale $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{|x|} dx$ vale
A) 2 B) 1 C) $+\infty$ D) $\ln 3$ E) Nessuna delle precedenti.
6. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$
A) è convergente B) converge assolutamente C) diverge a $-\infty$
D) diverge a $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.
7. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(3/x)$
A) vale 0 B) vale $+\infty$ C) vale 3 D) non esiste E) Nessuna delle precedenti.
8. L'integrale $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ vale
A) $\frac{\pi}{4}$ B) 1 C) -1 D) π E) Nessuna delle precedenti.
9. Sia $F(x) = \int_2^x \frac{e^t}{2(t+1)} dt$. Allora $F'(0)$ vale
A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) e E) Nessuna delle precedenti.
10. L'ordine di infinito della funzione $f(x) = x^3 - x^2 + \ln x$ per $x \rightarrow +\infty$ è
A) 1 B) $3/2$ C) 2 D) 3 E) Nessuna delle precedenti.

ANALISI MATEMATICA 1 - 23/01/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Primo Appello - Test 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

A) non converge assolutamente

B) è convergente

C) diverge a $+\infty$

D) diverge a $-\infty$

E) Nessuna delle precedenti.

2. Sia $f(x) = |x^4 - x|$. Allora una sola delle seguenti affermazioni è sicuramente vera:

A) f è derivabile in $\mathbb{R}$; B) f è inferiormente limitata; C) f assume valori strettamente negativi;

D) f è superiormente limitata;

E) Nessuna delle precedenti.

3. La derivata prima della funzione $f(x) = e^{x^3+1} - \sin(2x)$ in $x = 0$ vale

A) 1

B) -3

C) e^3

D) -1

E) Nessuna delle precedenti.

4. L'ordine di infinitesimo della funzione $f(x) = 1 - \cos x + e^{-1/x^2}$ per $x \rightarrow 0$ è

A) 1

B) 3

C) 2

D) $2/3$

E) Nessuna delle precedenti.

5. L'integrale $\int_0^1 \frac{\ln x}{x} dx$ vale

A) $-\infty$

B) 2

C) $+\infty$

D) $(\ln 2)^2$

E) Nessuna delle precedenti.

6. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\ln n}$ vale

A) 0

B) 1

C) 2

D) $+\infty$

E) Nessuna delle precedenti.

7. L'integrale $\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ vale

A) $\ln 2$

B) $\pi/2$

C) 2

D) 1

E) Nessuna delle precedenti.

8. Il dominio della funzione $f(x) = \arcsin |2x|$ è

A) $[-1, 1]$

B) $[-1/2, 1/2] \setminus \{0\}$

C) $[-\pi/2, \pi/2]$

D) $[-1/2, 1/2]$

E) Nessuna delle precedenti.

9. Sia $F(x) = \int_2^x \frac{1 - \sin t}{t} dt$. Allora $F'(\pi/2)$ vale

A) 1

B) 0

C) -1

D) $\pi/2$

E) Nessuna delle precedenti.

10. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ vale

A) 3

B) 1

C) 0

D) $+\infty$

E) Nessuna delle precedenti.

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Primo Appello - Test 4

[illegible]

1. Sia $f(x) = |x^3 - x|$. Allora una sola delle seguenti affermazioni è sicuramente vera:

- A) f è limitata; B) f è superiormente illimitata; C) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
D) f assume valori strettamente negativi; E) Nessuna delle precedenti.

2. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cosh n}{n}$ vale

- A) $+\infty$ B) 1 C) e D) 0 E) Nessuna delle precedenti.

3. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n}$

- A) non converge assolutamente B) diverge a $+\infty$ C) diverge a $-\infty$
D) è convergente E) Nessuna delle precedenti.

4. Sia $F(x) = \int_3^x \frac{\ln(2+t)}{1+t} dt$. Allora $F'(0)$ vale

- A) 1 B) 3 C) -1 D) $\ln 2$ E) Nessuna delle precedenti.

5. La derivata prima della funzione $f(x) = e^{\sin x} + x^2$ in $x = 0$ vale

- A) 0 B) 1 C) e D) 2 E) Nessuna delle precedenti.

6. L'integrale $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ vale

- A) 2 B) $\ln(1/2)$ C) 1 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

7. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \arctan(2/x)$ vale

- A) $\pi/2$ B) 1 C) 2 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

8. L'ordine di infinito della funzione $f(x) = x - x^4 + \ln(1 + x^2)$ per $x \rightarrow +\infty$ è

- A) 1 B) $1/4$ C) 4 D) 2 E) Nessuna delle precedenti.

9. L'integrale $\int_0^{\sqrt[3]{\pi/2}} x^2 \cos(x^3) dx$ vale

- A) 1 B) 3 C) $1/3$ D) $\pi/3$ E) Nessuna delle precedenti.

10. Il dominio della funzione $f(x) = \arccos |x/2|$ è

- A) $[-\pi/2, \pi/2]$ B) $[-\pi, \pi]$ C) $[-1/2, 1/2]$ D) $[-1, 1]$ E) Nessuna delle precedenti.

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 1 (parte di teoria)

Quesito 1 [5 punti]

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si dia la definizione di

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5.$$

2. Si enunci e dimostri il teorema di unicità del limite.

Quesito 2 [5 punti]

1. Si dia la definizione di serie convergente.
2. Si enunci e dimostri il criterio del confronto per serie a termini non negativi.

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 2 (parte di teoria)

Quesito 1 [5 punti]

1. Si dia la definizione di punto critico di una funzione.
2. Si enunci e dimostri il teorema di Fermat.

Quesito 2 [5 punti]

1. Data una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, si dia la definizione di

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -5.$$

2. Si enunci e dimostri il teorema della permanenza del segno per funzioni.

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 3 (parte di teoria)

Quesito 1 [5 punti]

1. Si dia la definizione di serie convergente.
2. Si enunci e dimostri il criterio della radice per le serie.

Quesito 2 [5 punti]

1. Data una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, si dia la definizione di

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty.$$

2. Si enunci e dimostri il teorema di unicità del limite per funzioni.

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 4 (parte di teoria)

Quesito 1 [5 punti]

1. Si dia la definizione di derivata di una funzione in un punto.
2. Si enunci e dimostri il teorema di Rolle.

Quesito 2 [5 punti]

1. Data una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, si dia la definizione di

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty.$$

2. Si enunci e dimostri il teorema sul limite della somma di due funzioni.

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 4x)e^{-1/(x^2-4x)}.$$

1. Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. Determinare, se esiste, l'ordine di infinito di f per $x \rightarrow +\infty$.

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 2e^x + 2} dx,$$

Sugg.: operare la sostituzione $e^x = t$.

Esercizio 3 [8 punti]

1. Discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} \ln(1 + e^{-n}).$$

2. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 + 1} \ln(1 + |\alpha|^n)$$

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 2 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 4x)e^{1/(x^2-4x)}.$$

1. Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. Determinare, se esiste, l'ordine di infinito di f per $x \rightarrow -\infty$.

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - 2e^x + 2} dx.$$

Sugg.: operare la sostituzione $e^x = t$.

Esercizio 3 [8 punti]

1. Discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+3} \ln \left(1 + \frac{1}{4^n} \right).$$

2. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3 + 3} \ln(1 + |\alpha|^{-n})$$

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 3 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^{-1/(x^2-4x)}}{x^2 - 4x}.$$

1. Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. Determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow +\infty$.

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} - e^x}{e^{2x} + 4e^x + 5} dx.$$

Sugg.: operare la sostituzione $e^x = t$.

Esercizio 3 [8 punti]

1. Discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n \ln(1 + e^{-n})}{n + 1}.$$

2. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|2\alpha|^n \ln(1 + e^{-n})}{n^2 + 1}$$

Analisi Matematica 1 per IM - 23/01/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 4 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{e^{1/(x^2-4x)}}{x^2 - 4x}.$$

1. Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. Determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow -\infty$.

Esercizio 2 [5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - 4e^x + 5} dx.$$

Sugg.: operare la sostituzione $e^x = t$.

Esercizio 3 [8 punti]

1. Discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{\sqrt{n} + 2} \ln(1 + \pi^{-n}).$$

2. Discutere al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\alpha|^{-n}}{n^2 + 2} \ln(1 + \pi^{-n})$$