

ANALISI MATEMATICA 1 - 15/07/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Terzo Appello - Test 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Il dominio della funzione $f(x) = \ln |x - 2|$ è

- A) $\mathbb{R}$ B) $] - \infty, 2[$ C) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ D) $]2, +\infty[$ E) Nessuna delle precedenti.

2. L'integrale $\int_{-1}^1 (2x + 3x^2 + 4x^3) dx$ vale

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Nessuna delle precedenti.

3.. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (q + 1)^n$, per quale tra i seguenti valori di q essa converge?

- A) $q = -2$ B) $q = -\frac{1}{2}$ C) $q = 1$ D) $q = \frac{3}{2}$ E) Nessuna delle precedenti.

4. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{e^n + 1}$ vale

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Nessuna delle precedenti.

5. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ serie a termini positivi. Quale tra le seguenti condizioni assicura la convergenza della serie?

- A) $a_n \sim \frac{1}{n^3}$ B) $\lim_n a_n = 0$ C) $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ D) $\sqrt[n]{a_n} > 1 \quad \forall n$ E) Nessuna delle precedenti.

6. Sia $f(x) = (\cos x)^2$. Allora $f''(0)$ vale

- A) 0 B) 1 C) -2 D) -1 E) Nessuna delle precedenti.

7. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$ vale

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) 0 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

8. L'integrale $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ converge per tutti e soli gli α nell'insieme

- A) $] - \infty, 0[$ B) $[1, +\infty[$ C) $]0, +\infty[$ D) $] - \infty, 1[$ E) Nessuna delle precedenti.

9. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$ vale

- A) 0 B) 1 C) $-e$ D) e E) Nessuna delle precedenti.

10. Quale tra queste funzioni è soluzione dell'equazione differenziale $y' = y - 1$?

- A) $y(x) = e^{3x}$ B) $y(x) = e^x + 1$ C) $y(x) = 3x + 1$ D) $y(x) = e^{2x} + 1$ E) Nessuna delle precedenti.

ANALISI MATEMATICA 1 - 15/07/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Terzo Appello - Test 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Quale tra queste funzioni è soluzione dell'equazione differenziale $y' = 2y$?

A) $y(x) = x^2$ B) $y(x) = 2e^x$ C) $y(x) = x^2 - 2$ D) $y(x) = 3e^{2x}$ E) Nessuna delle precedenti.

2. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x}$ vale

A) 0 B) e^{-2} C) $-2e$ D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

3. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(\tan(3x))^2}$ vale

A) 3 B) 9 C) $\frac{1}{3}$ D) 1 E) Nessuna delle precedenti.

4. Il dominio della funzione $f(x) = \ln |3 - x|$ è

A) $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ B) $] -\infty, 3[$ C) $]3, +\infty[$ D) $\mathbb{R}$ E) Nessuna delle precedenti.

5. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^5 + 1}{n^5 + 2}$ vale

A) 1 B) 0 C) $+\infty$ D) $\frac{1}{2}$ E) Nessuna delle precedenti.

6. Sia $f(x) = \sin x^2$. Allora $f''(0)$ vale

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Nessuna delle precedenti.

7. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ serie a termini positivi. Quale tra le seguenti condizioni assicura la convergenza della serie?

A) $\lim_n a_n \neq 0$ B) $\lim_n a_n = 0$ C) $a_n \sim \frac{1}{n}$ D) $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{1}{3} \forall n$ E) Nessuna delle precedenti.

8. L'integrale $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ diverge per tutti e soli gli α nell'insieme

A) $]0, +\infty[$ B) $]1, +\infty[$ C) $[1, +\infty[$ D) $[2, +\infty[$ E) Nessuna delle precedenti.

9. L'integrale $\int_{-1}^1 (\sin x + 6x^5 + 5x^4) dx$ vale

A) 0 B) 2 C) 1 D) -2 E) Nessuna delle precedenti.

10. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (\alpha + 2)^n$, per quale tra i seguenti valori di α essa converge?

A) $\alpha = 0$ B) $\alpha = -3$ C) $\alpha = 1$ D) $\alpha = -1$ E) Nessuna delle precedenti.

ANALISI MATEMATICA 1 - 15/07/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Terzo Appello - Test 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Quale tra queste funzioni è soluzione dell'equazione differenziale $y' = y - x$?

- A) $y(x) = e^{2x} + x$ B) $y(x) = e^{-x}$ C) $y(x) = 2e^x + x + 1$ D) $y(x) = e^{2x} - x$
E) Nessuna delle precedenti.

2. Sia $f(x) = e^{x^2}$. Allora $f''(0)$ vale

- A) 2 B) 1 C) 0 D) e E) Nessuna delle precedenti.

3. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2)}{x^2}$ vale

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

4. L'integrale $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$ converge per tutti e soli gli α nell'insieme

- A) $[0, +\infty[$ B) $[-1, +\infty[$ C) $[1, +\infty[$ D) $]2, +\infty[$ E) Nessuna delle precedenti.

5. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{(\ln n)^6 + 3}$ vale

- A) 0 B) 1 C) e D) π E) Nessuna delle precedenti.

6. L'integrale $\int_{-1}^1 (6x^5 - 5x^4 + 12x^3) dx$ vale

- A) 0 B) 2 C) 1 D) -2 E) Nessuna delle precedenti.

7. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ serie a termini positivi. Quale tra le seguenti condizioni assicura la convergenza della serie?

- A) $a_n \sim \frac{1}{n}$ B) $\lim_n a_n = 0$ C) $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3}{2}$ D) $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$ E) Nessuna delle precedenti.

8. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x}$ vale

- A) 1 B) $\frac{1}{e}$ C) 0 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

9. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} e^{\alpha n}$, per quale tra i seguenti valori di α essa converge?

- A) $\alpha = 0$ B) $\alpha = 2$ C) $\alpha = 1$ D) $\alpha = -1$ E) Nessuna delle precedenti.

10. Il dominio della funzione $f(x) = \ln|x - 4|$ è

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ C) $] -\infty, 4[$ D) $]4, +\infty[$ E) Nessuna delle precedenti.

ANALISI MATEMATICA 1 - 15/07/2019
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Cognome e Nome: **Matricola:**

Docente:

Il candidato deve riportare nella griglia le risposte che ritiene corrette.

Al termine della prova il candidato deve riconsegnare questo foglio.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

La prova è superata se si è risposto correttamente ad almeno 7 dei quesiti assegnati.

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Terzo Appello - Test 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ serie a termini positivi. Quale tra le seguenti condizioni assicura la convergenza della serie?

A) $\lim_n \sqrt[n]{a_n} = 2$ B) $\lim_n a_n = 0$ C) $a_n \sim \frac{1}{n}$ D) $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{1}{2} \forall n$ E) Nessuna delle precedenti.

2. L'integrale $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$ diverge per tutti e soli gli α nell'insieme

A) $] -\infty, 1]$ B) $]1, +\infty[$ C) $[1, +\infty[$ D) $] -\infty, -1[$ E) Nessuna delle precedenti.

3. Sia $f(x) = e^{\sin x}$. Allora $f''(0)$ vale

A) 2 B) 0 C) 1 D) e E) Nessuna delle precedenti.

4. Quale tra queste funzioni è soluzione dell'equazione differenziale $y' = 2y$?

A) $y(x) = 2e^x$ B) $y(x) = e^{2x-3}$ C) $y(x) = x^2$ D) $y(x) = -e^{-2x}$ E) Nessuna delle precedenti.

5. Il dominio della funzione $f(x) = \ln |5 - x|$ è

A) $\mathbb{R}$ B) $]5, +\infty]$ C) $] -\infty, 5[$ D) $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ E) Nessuna delle precedenti.

6. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$, per quale tra i seguenti valori di α essa converge?

A) $\alpha = -1$ B) $\alpha = 0$ C) $\alpha = 1$ D) $\alpha = 2$ E) Nessuna delle precedenti.

7. Il $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n + 1}{n^8 + n}$ vale

A) 0 B) $+\infty$ C) e D) 1 E) Nessuna delle precedenti.

8. L'integrale $\int_{-1}^1 (6x^5 - \sin x - 3x^2) dx$ vale

A) -2 B) 2 C) 1 D) 0 E) Nessuna delle precedenti.

9. Il $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(\sin(4x))^2}$ vale

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

10. Il $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ vale

A) e B) 0 C) $\frac{1}{e^2}$ D) $+\infty$ E) Nessuna delle precedenti.

Analisi Matematica 1 per IM - 15/07/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 1 - Parte di teoria

Quesito 1 [5 punti]

1. Si diano le definizioni di ridotta n -sima di una serie e di serie convergente.
2. Si enunci il criterio di Leibniz per le serie a termini di segno alterno.

Quesito 2 [5 punti]

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si dia la definizione di

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -3.$$

2. Si enunci e dimostri il teorema della permanenza del segno.

Analisi Matematica 1 per IM - 15/07/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: 40 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 2 - Parte di teoria

Quesito 1 [5 punti]

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si dia la definizione di derivata di f in $x_0 = 1$.
2. Si enunci e dimostri il teorema di Fermat.

Quesito 2 [5 punti]

1. Si diano le definizioni di ridotta n -sima di una serie e di serie divergente a $+\infty$.
2. Si enunci il criterio di Leibniz per le serie a termini di segno alternato.

Analisi Matematica 1 per IM - 15/07/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 5|x| + 6) \ln(x^2 - 5|x| + 6) - (x^2 - 5|x| + 6).$$

1. **[7 punti]** Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. **[2 punti]** Determinare, se esiste, l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ della funzione

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{\ln x}.$$

Esercizio 2 [7 punti]

1. **[5 punti]** Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1+x)^x - 1 - x \ln(1+x)}{x^3 \tan x}.$$

Sugg.: si sviluppi e^y con $y = x \ln(1+x)$...

2. **[2 punti]** Al variare di $\alpha > 0$ calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1+x^\alpha)^x - 1}{x^3 \tan x}.$$

Esercizio 3 [6 punti]

1. **[3 punti]** Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2 - x} dx.$$

2. **[3 punti]** Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x^2 - x} y = \frac{x}{x - 1} \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

Analisi Matematica 1 per IM - 15/07/2019

Cognome e Nome: Matricola:

Docente:

Tempo a disposizione: due ore.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

Tema 2 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [9 punti]

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = (x^2 - 7|x| + 6) \ln(x^2 - 7|x| + 6) - (x^2 - 7|x| + 6).$$

1. [7 punti] Studiare la funzione f , determinando dominio, simmetrie, segno, continuità, limiti ed eventuali asintoti, derivabilità e studio di eventuali punti di non derivabilità, monotonia, eventuali punti di estremo relativo e assoluto. Disegnare il grafico di f . **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**
2. [2 punti] Determinare, se esiste, l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ della funzione

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{\ln x}.$$

Esercizio 2 [7 punti]

1. [5 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + 2x)^x - 1 - x \ln(1 + 2x)}{x^3 \sin x}.$$

Sugg.: si sviluppi e^y con $y = x \ln(1 + 2x)$...

2. [2 punti] Al variare di $\alpha > 0$ calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + 2x^\alpha)^x - 1}{x^3 \sin x}.$$

Esercizio 3 [6 punti]

1. [3 punti] Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2 + x} dx.$$

2. [3 punti] Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{1}{x^2 + x} y = \frac{x + 1}{x} \\ y(2) = 1. \end{cases}$$