

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome ..... Matr. ....

---

Il candidato deve riconsegnare questo foglio, assieme al foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata sul foglio intestato.**

---

### Tema 1 (esercizi con svolgimento)

#### Esercizio 1 [6 punti]

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y + 4x^3}{2x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiarne continuità, derivabilità e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

#### Esercizio 2 [6 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{4t} \\ e^{-t} \end{pmatrix} \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

#### Domanda facoltativa

Si enunci il teorema di esistenza e unicità globale per un problema di Cauchy relativo ad un sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Si illustri come tale teorema si applica ad un sistema lineare di equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti continui.

N.B.: la risposta a tale quesito verrà corretta solo a chi ottiene almeno 28/30

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome ..... Matr. ....

---

Il candidato deve riconsegnare questo foglio, assieme al foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata sul foglio intestato.**

---

### Tema 2 (esercizi con svolgimento)

#### Esercizio 1 [6 punti]

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 - 6y^3}{x^2 + 3y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

#### Esercizio 2 [6 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{6t} \end{pmatrix} \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

#### Domanda facoltativa

Si enunci il teorema di esistenza e unicità globale per un problema di Cauchy relativo ad un sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Si illustri come tale teorema si applica ad un sistema lineare di equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti continui.

N.B.: la risposta a tale quesito verrà corretta solo a chi ottiene almeno 28/30

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome ..... Matr. ....

---

Il candidato deve riconsegnare questo foglio, assieme al foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata sul foglio intestato.**

---

### Tema 3 (esercizi con svolgimento)

#### Esercizio 1 [6 punti]

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y + x^3}{x^2 + 2y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiarne continuità, derivabilità e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

#### Esercizio 2 [6 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{3t} \\ e^{2t} \end{pmatrix} \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

#### Domanda facoltativa

Si enunci il teorema di esistenza e unicità globale per un problema di Cauchy relativo ad un sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Si illustri come tale teorema si applica ad un sistema lineare di equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti continui.

N.B.: la risposta a tale quesito verrà corretta solo a chi ottiene almeno 28/30

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome ..... Matr. ....

---

Il candidato deve riconsegnare questo foglio, assieme al foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata sul foglio intestato.**

---

### Tema 4 (esercizi con svolgimento)

#### Esercizio 1 [6 punti]

Sia data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 - 4y^3}{3x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiarne continuità, derivabilità e differenziabilità in  $(0, 0)$ .

#### Esercizio 2 [6 punti]

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ e^{3t} \end{pmatrix} \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

#### Domanda facoltativa

Si enunci il teorema di esistenza e unicità globale per un problema di Cauchy relativo ad un sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Si illustri come tale teorema si applica ad un sistema lineare di equazioni differenziali del primo ordine a coefficienti continui.

N.B.: la risposta a tale quesito verrà corretta solo a chi ottiene almeno 28/30