

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome Matr.

Tempo a disposizione: 50 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 1 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Si consideri

$$\iint_D \frac{6xy}{4x^2 + 9y^2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 3y/2\}.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un cambio di coordinate che trasformi D in un rettangolo;
2. il modulo del determinante della matrice jacobiana del cambio di coordinate di cui sopra;
3. il valore dell'integrale.

Esercizio 2 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (xy + 2xz, z + x^2/2, x^2 + y), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

e l'elica cilindrica $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzata da

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t), \quad t \in [0, \pi].$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. il valore di $\text{rot } \mathbf{F}$;
2. se $\mathbf{F}$ è conservativo, un potenziale U di $\mathbf{F}$;
3. il lavoro fatto lungo γ dal campo vettoriale

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) - (yz, 0, 0), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome Matr.

Tempo a disposizione: 50 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 2 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Si consideri

$$\iint_D \frac{xy}{9x^2 + y^2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq 3x\}.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un cambio di coordinate che trasformi D in un rettangolo;
2. il modulo del determinante della matrice jacobiana del cambio di coordinate di cui sopra;
3. il valore dell'integrale.

Esercizio 2 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y - z^2, x + z^2/2, yz - 2xz), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

e l'elica cilindrica $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzata da

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t), \quad t \in [0, \pi].$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. il valore di $\operatorname{rot} \mathbf{F}$;
2. se $\mathbf{F}$ è conservativo, un potenziale U di $\mathbf{F}$;
3. il lavoro fatto lungo γ dal campo vettoriale

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) - (0, xz, 0), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome Matr.

Tempo a disposizione: 50 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 3 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Si consideri

$$\iint_D \frac{xy}{x^2 + 4y^2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 2\sqrt{3}y\}.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un cambio di coordinate che trasformi D in un rettangolo;
2. il modulo del determinante della matrice jacobiana del cambio di coordinate di cui sopra;
3. il valore dell'integrale.

Esercizio 2 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (z - y^2/2, 2yz - xy, y^2 + x), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

e l'elica cilindrica $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzata da

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, t, \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. il valore di $\text{rot } \mathbf{F}$;
2. se $\mathbf{F}$ è conservativo, un potenziale U di $\mathbf{F}$;
3. il lavoro fatto lungo γ dal campo vettoriale

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) + (0, 0, xy), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 19/02/15

Cognome e Nome Matr.

Tempo a disposizione: 50 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 4 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Si consideri

$$\iint_D \frac{12xy}{9x^2 + 4y^2} dx dy,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9x^2 + 4y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x/2\}.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un cambio di coordinate che trasformi D in un rettangolo;
2. il modulo del determinante della matrice jacobiana del cambio di coordinate di cui sopra;
3. il valore dell'integrale.

Esercizio 2 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (-2xy - xz, z - x^2, y - x^2/2), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

e l'elica cilindrica $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzata da

$$\mathbf{r}(t) = (t, \cos t, \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. il valore di $\text{rot } \mathbf{F}$;
2. se $\mathbf{F}$ è conservativo, un potenziale U di $\mathbf{F}$;
3. il lavoro fatto lungo γ dal campo vettoriale

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) + (0, xz, 0), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$