## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 21/07/15

**Cognome e Nome** .......................................... **Matr.** ......................

---

Il candidato deve riconsegnare questo foglio, assieme al foglio intestato.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**
**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata sul foglio intestato.**

---

### Esercizi con svolgimento

**Esercizio 1** [5 punti]

Sia data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & \text{se} \quad y \neq 0\,, \\ x & \text{se} \quad y = 0\,. \end{cases}$$

1. Si trovi l'insieme dei punti in cui $f$ è discontinua.
2. Si stabilisca se $f$ è derivabile in $(0,0)$.
3. Si stabilisca se $f$ è differenziabile in $(0,0)$.

**Esercizio 2** [7 punti]

Sia dato il campo vettoriale definito su $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x,y,z) = 2yz^2\ \mathbf{i} + (2xz^2 + y^3)\ \mathbf{j} + 4xyz\ \mathbf{k}\,.$$

1. Calcolare, se esiste, un potenziale di $\mathbf{F}$.
2. Calcolare il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo la curva $(\gamma, \mathbf{r})$ parametrizzata da
$$\mathbf{r}(t) = \big(t + t^2,\ t(t-1)\,\mathrm{sen}\, e^t + t,\ 2t+1\big)\,, \qquad t \in [0,1]\,.$$
3. Calcolare il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso la superficie
$$\Sigma = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4\,, \quad -1 < z < 2\big\}\,,$$
orientata in modo che il versore normale in $(0,2,0)$ sia $\mathbf{j}$.

### Domanda facoltativa

Caratterizzare l'insieme delle soluzioni di un sistema omogeneo di $n$ equazioni differenziali lineari del primo ordine in forma normale.

N.B.: la risposta a tale quesito verrà corretta solo a chi ottiene almeno 28/30