

# Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 27/01/16

Cognome e Nome .....

Matr. ....

---

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

---

## Tema 1 (parte di teoria)

### Quesito 1 [5 punti]

1. Si enunci il teorema di Cauchy-Lipschitz.
2. Si verifichi se la funzione

$$y(t) = e^{t^2} \ln(t+1), \quad t > -1,$$

- (a) risolve l'equazione differenziale

$$y' = 2ty + \frac{e^{t^2}}{t+1};$$

- (b) risolve il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2ty + \frac{e^{t^2}}{t+1} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

### Quesito 2 [5 punti]

1. Si dia la definizione di derivata lungo una direzione di una funzione in un punto.
2. Si dimostri la formula del gradiente.

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 27/01/16

Cognome e Nome .....

Matr. ....

---

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

---

### Tema 2 (parte di teoria)

#### Quesito 1 [5 punti]

1. Si enunci il teorema di esistenza e unicità globali per un problema di Cauchy.
2. Si verifichi se la funzione

$$y(t) = e^{t^2} \ln(t^2 + 1), \quad t > -1,$$

- (a) risolve l'equazione differenziale

$$y' = ty + 2t \frac{e^{t^2}}{t^2 + 1};$$

- (b) risolve il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = ty + 2t \frac{e^{t^2}}{t^2 + 1} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

#### Quesito 2 [5 punti]

1. Si dia la definizione di funzione differenziabile.
2. Si enunci e dimostri il teorema della media (o del valor medio).

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 27/01/16

Cognome e Nome .....

Matr. ....

---

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

---

### Tema 3 (parte di teoria)

#### Quesito 1 [5 punti]

1. Si dia la definizione di derivata lungo una direzione di una funzione in un punto.
2. Si dimostri la formula del gradiente.

#### Quesito 2 [5 punti]

1. Si enunci il teorema di esistenza e unicità globali per un problema di Cauchy.
2. Si verifichi se la funzione

$$y(t) = e^{-2t} \ln(t^2 + 2), \quad t > -1,$$

- (a) risolve l'equazione differenziale

$$y' = -2y + 2t \frac{e^{-2t}}{t^2 + 2};$$

- (b) risolve il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -2y + 2t \frac{e^{-2t}}{t^2 + 2} \\ y(0) = \ln 2. \end{cases}$$

## Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 27/01/16

Cognome e Nome .....

Matr. ....

---

Tempo a disposizione: 30 minuti.

Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.

**Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.**

**Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.**

---

### Tema 4 (parte di teoria)

#### Quesito 1 [5 punti]

1. Si dia la definizione di funzione differenziabile.
2. Si enunci e dimostri il teorema della media (o del valor medio).

#### Quesito 2 [5 punti]

1. Si enunci il teorema di Cauchy-Lipschitz.
2. Si verifichi se la funzione

$$y(t) = e^t \ln(t^3 + 1), \quad t > -1,$$

- (a) risolve l'equazione differenziale

$$y' = y + 3t^2 \frac{e^t}{t^3 + 1};$$

- (b) risolve il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + 3t^2 \frac{e^t}{t^3 + 1} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$