Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 18/02/16

Cognome e Nome .... **Matr.** ....

Tempo a disposizione: 60 minuti.
Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 1 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale conservativo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \frac{2x}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{i} + \frac{2y}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{j} + \left(\frac{2z}{x^2+y^2+z^2} + 3z^2\right)\mathbf{k}\,, \quad (x,y,z) \neq (0,0,0)\,,$$

il circuito $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzato da

$$\mathbf{r}(t) = \left(1+\cos^2(\pi t), t + \operatorname{sen}(\pi t), t\right), \qquad t \in [0,1]\,,$$

e la superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 1\,,\ x^2+y^2 < 4\,,\ x \geq 0\,,\ -x < y < x\right\},$$

orientata con normale avente terza componente positiva.

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un potenziale U di $\mathbf{F}$;
2. il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ;
3. il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso Σ.

Esercizio 2 [5 punti]

Sia data la matrice

$$\mathbf{W}(t) = \begin{pmatrix} t & t^2 \\ t^2 & t \end{pmatrix}, \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. gli intervalli massimali nei quali $\mathbf{W}$ è matrice wronskiana di un sistema lineare del primo ordine
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix};$$
2. la matrice $A(t)$;
3. la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} \\ x(1/2) = 1\,, \quad y(1/2) = 0\,. \end{cases}$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 18/02/16

Cognome e Nome .... **Matr.** ....

Tempo a disposizione: 60 minuti.
Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 2 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale conservativo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\frac{2x}{x^2+y^2+z^2} + 3x^2 \right) \mathbf{i} + \frac{2y}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{j} + \frac{2z}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{k}\,, \quad (x,y,z) \neq (0,0,0)\,,$$

il circuito $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzato da

$$\mathbf{r}(t) = \big(1 - \operatorname{sen}^2(\pi t), 2t + \cos(\pi t), 2t+2\big)\,, \qquad t \in [-1/2, 1/2]\,,$$

e la superficie

$$\Sigma = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1\,,\ y^2 + z^2 < 16\,,\ z \geq |y|\big\}\,,$$

orientata con normale avente prima componente positiva.

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un potenziale U di $\mathbf{F}$;
2. il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ;
3. il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso Σ.

Esercizio 2 [5 punti]

Sia data la matrice

$$\mathbf{W}(t) = \begin{pmatrix} t^2 & t \\ t & t^2 \end{pmatrix}, \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. gli intervalli massimali nei quali $\mathbf{W}$ è matrice wronskiana di un sistema lineare del primo ordine
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\ ;$$
2. la matrice $A(t)$;
3. la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix} \\ x(1/2) = 1\,, \quad y(1/2) = 0\,. \end{cases}$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 18/02/16

Cognome e Nome .... **Matr.** ....

Tempo a disposizione: 60 minuti.
Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 3 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale conservativo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \frac{2x}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{i} + \left(\frac{2y}{x^2+y^2+z^2} + 3y^2\right)\mathbf{j} + \frac{2z}{x^2+y^2+z^2}\,\mathbf{k}\,, \qquad (x,y,z) \neq (0,0,0)\,,$$

il circuito $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzato da

$$\mathbf{r}(t) = \big(2t+2, 2t+\cos(\pi t), 1-\operatorname{sen}^2(\pi t)\big)\,, \qquad t \in [-1/2, 1/2]\,,$$

e la superficie

$$\Sigma = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y = 1\,,\ x^2+z^2 < 9\,,\ x \leq 0\,,\ x < z < -x\big\}\,,$$

orientata con normale avente seconda componente positiva.

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un potenziale U di $\mathbf{F}$;
2. il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ;
3. il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso Σ.

Esercizio 2 [5 punti]

Sia data la matrice

$$\mathbf{W}(t) = \begin{pmatrix} t^2 & t^3 \\ t^3 & t \end{pmatrix}\,, \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. gli intervalli massimali nei quali $\mathbf{W}$ è matrice wronskiana di un sistema lineare del primo ordine
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\;;$$
2. la matrice $A(t)$;
3. la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t^2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ x(1/2) = 0\,, \quad y(1/2) = 1\,. \end{cases}$$

Fondamenti di Analisi Matematica 2 per IPIM-IEN-ICM, 18/02/16

Cognome e Nome .... **Matr.** ....

Tempo a disposizione: 60 minuti.
Il candidato deve riconsegnare questo foglio con le risposte che ha saputo fornire.
È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.
Il solo possesso di un telefono cellulare, anche spento, è motivo di esclusione dalla prova.

Tema 4 (esercizi senza svolgimento)

Esercizio 1 [5 punti]

Siano dati il campo vettoriale conservativo

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \left(\frac{2x}{x^2+y^2+z^2} + 3x^2\right)\mathbf{i} + \frac{2y}{x^2+y^2+z^2}\mathbf{j} + \left(\frac{2z}{x^2+y^2+z^2} - 3z^2\right)\mathbf{k}\,, \quad (x,y,z) \neq (0,0,0)\,,$$

il circuito $\gamma = (\mathbf{r}, \Gamma)$ parametrizzato da

$$\mathbf{r}(t) = \big(t + \operatorname{sen}(\pi t), 1 + \cos^2(\pi t), t\big)\,, \qquad t \in [0,1]\,,$$

e la superficie

$$\Sigma = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y = 1\,,\ x^2 + z^2 < 4\,,\ x \geq 0\,,\ -x < z < x\right\},$$

orientata con normale avente seconda componente positiva.

Indicare sul retro di questo foglio:

1. un potenziale U di $\mathbf{F}$;
2. il lavoro di $\mathbf{F}$ lungo γ;
3. il flusso di $\mathbf{F}$ attraverso Σ.

Esercizio 2 [5 punti]

Sia data la matrice

$$\mathbf{W}(t) = \begin{pmatrix} t & t^2 \\ t^2 & t^2 \end{pmatrix}, \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

Indicare sul retro di questo foglio:

1. gli intervalli massimali nei quali $\mathbf{W}$ è matrice wronskiana di un sistema lineare del primo ordine
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix};$$
2. la matrice $A(t)$;
3. la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A(t)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix} \\ x(1/2) = 0\,, \quad y(1/2) = 1\,. \end{cases}$$