

Curve piane

1. Parametrizzazione della *cardioide* (vedi figura 1): se $a > 0$ è un parametro, si ha

$$\begin{array}{ll} \text{Equazione polare} & \rho = a(1 + \cos \vartheta) \\ \text{Equazioni parametriche} & \begin{cases} x = a \cos \vartheta(1 + \cos \vartheta) \\ y = a \sin \vartheta(1 + \cos \vartheta) \end{cases} \quad \vartheta \in [0, 2\pi]. \end{array}$$

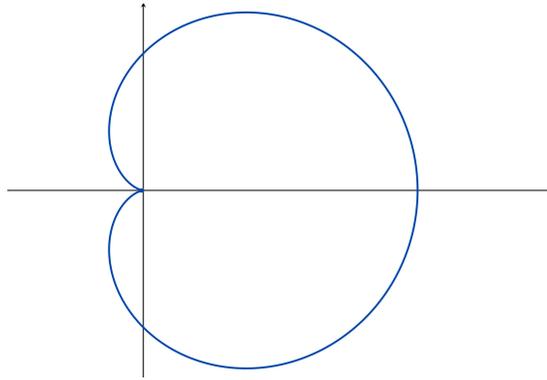


Figura 1: Cardioide

2. Parametrizzazione della *spirale logaritmica* (vedi figura 2): se $\beta > 0$ e $\kappa \in \mathbb{R}$ sono due parametri, si ha

$$\begin{array}{ll} \text{Equazione polare} & \rho = \beta e^{\kappa \vartheta} \\ \text{Equazioni parametriche} & \begin{cases} x = \beta e^{\kappa \vartheta} \cos \vartheta \\ y = \beta e^{\kappa \vartheta} \sin \vartheta \end{cases} \quad \vartheta \in \mathbb{R}. \end{array}$$

3. Parametrizzazione della *spirale di Archimede* (vedi figura 3): se $a > 0$ è un parametro, si ha

$$\begin{array}{ll} \text{Equazione polare} & \rho = a\vartheta \\ \text{Equazioni parametriche} & \begin{cases} x = a\vartheta \cos \vartheta \\ y = a\vartheta \sin \vartheta \end{cases} \quad \vartheta \geq 0. \end{array}$$

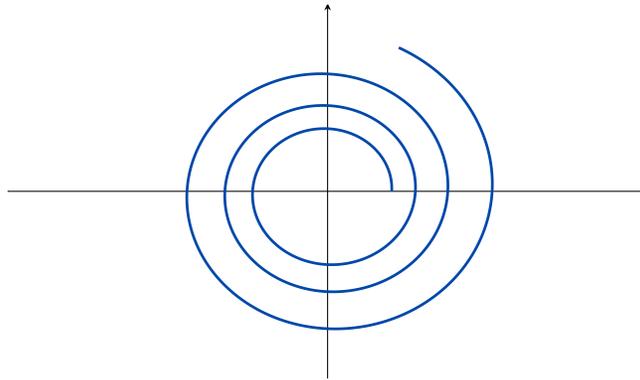


Figura 2: Spirale logaritmica

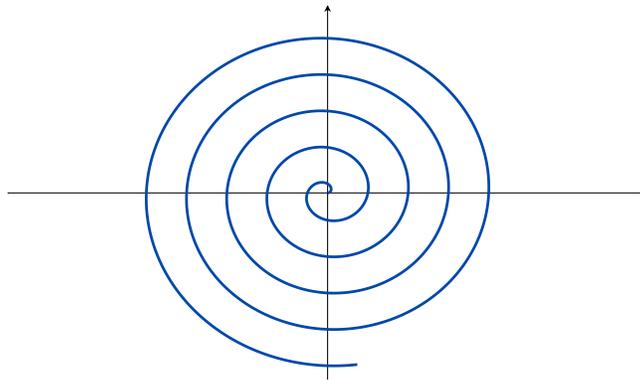


Figura 3: Spirale di Archimede

4. Parametrizzazione della *lemniscata di Bernoulli* (vedi figura 4): se $a \in \mathbb{R}$ è un parametro

Equazione polare $\rho^2 = 2a^2 \cos(2\vartheta)$

Equazioni parametriche
$$\begin{cases} x = a \frac{\sin t}{1 + \cos^2 t} \\ y = a \frac{\sin t \cos t}{1 + \cos^2 t} \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$$

Equazione cartesiana $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$

5. Parametrizzazione del *folium di Cartesio* (vedi figura 5): se $a > 0$ è un parametro, si ha

Equazioni parametriche
$$\begin{cases} x = at(t - 1) \\ y = at(t - 1)(2t - 1) \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

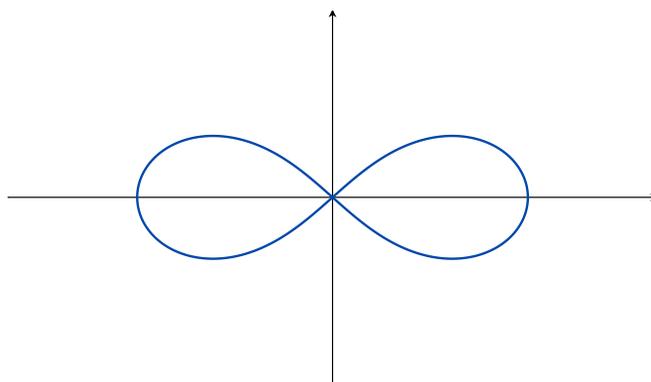


Figura 4: Lemniscata di Bernoulli

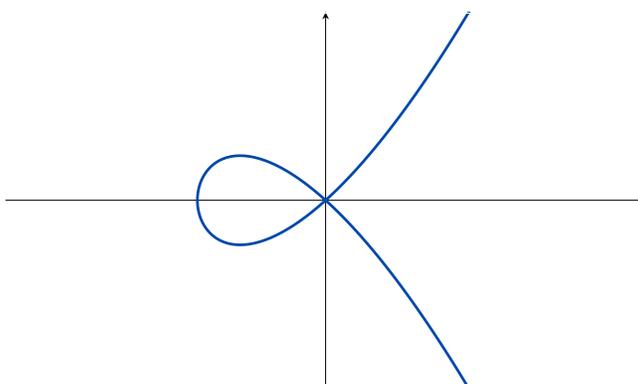


Figura 5: Folium di Cartesio

Curve in \mathbb{R}^3

1. Parametrizzazione di un'*elica cilindrica* (vedi figura 6) di passo $h > 0$: se $R > 0$, si ha

$$\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \\ z = ht/2\pi \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2. Parametrizzazione della *curva o nodo di Lissajous* (vedi figura 7): se $a, b, c, \varphi, \psi \in \mathbb{R}$ sono parametri e $n, m \in \mathbb{N}$ si ha

$$\begin{cases} x = a \sin t \\ y = b \sin(nt + \varphi) \\ z = c \sin(mt + \psi) \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

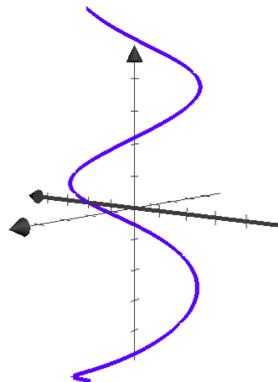


Figura 6: Elica cilindrica

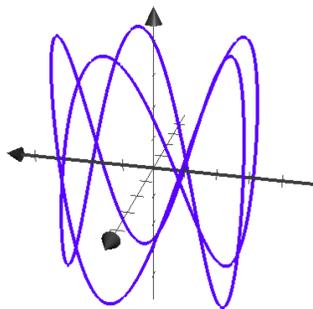


Figura 7: Curva o nodo di Lissajous

3. Parametrizzazione del *bordo della finestra di Viviani* (vedi figura 8):

$$\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ y = \sin t \\ z = 2 \sin(t/2) \end{cases} \quad t \in [0, 4\pi]$$

4. Parametrizzazione della *cucitura di una palla da tennis* (vedi figura 9): se $a, b, c \in \mathbb{R}$, si ha

$$\begin{cases} x = a \cos t + b \cos(3t) \\ y = a \sin t - b \sin(3t) \\ z = c \sin(2t) \end{cases} \quad t \in [0, 4\pi]$$

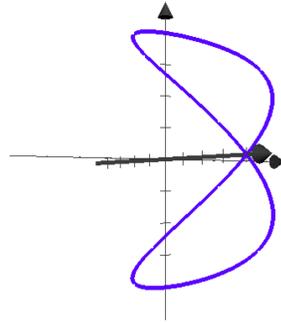


Figura 8: Bordo della finestra di Viviani

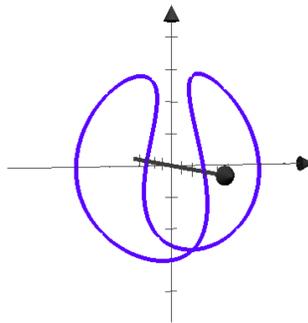


Figura 9: Cucitura di una palla da tennis con $a = 2$, $b = 1$ e $c = 2\sqrt{2}$