

ESERCIZI SU DISEQUAZIONI

Esercizio 1 Risolvere (in $\mathbb{R}$) le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + x - 1} \geq 1, \quad \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 1} < 1, \quad \sqrt{|x| + 1} > x - 1, \quad |x(x - 1)| \leq x - 1, \\ \sqrt{x^2 + 3x + 2} \leq x + 1, \quad \sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 2} > 1, \quad \sqrt{x^2 + 1} \geq |x| - 2x.\end{aligned}$$

Esercizio 2 Risolvere in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned}2^{x^2+2x} \geq 4, \quad 2^{2x} + 2^{x-1} \geq 3, \quad \frac{2}{4^x} + 2^x \geq 1, \quad \frac{2}{e^x} + e^{2x} \geq 1. \\ e^x + e^{-x} \geq e, \quad e^x - e^{-x} \geq e, \quad \log_2(x^2) + \log_2(2x) \geq 0. \\ (x - 1)e^{\frac{1}{x}} \geq 0, \quad \log(e^{2x} - e^x + 1) \geq 0.\end{aligned}$$

Esercizio 3 Determinare il dominio delle seguenti funzioni reali di variabile reale

$$\sqrt{\log_2 x + \frac{2}{3}}, \quad \sqrt{2^{|x-3|} - 8} + \sqrt{3^{x^2+x+2} - 9}, \quad \log\left(2^x - \frac{1}{8}\right).$$

Esercizio 4 Risolvere in $[0, 2\pi]$ le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}\sin(2x) = 1, \quad \sin x = \cos x, \quad 2 \sin x = \sin(2x), \quad 2 + \sin x = (\sin x)^2, \\ \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1, \quad \sin(2x) = \sin(3x), \quad \cos x + \cos(3x) = 0 \\ (\sin x - 1)(\cos x + 1) = 0, \quad 2(\cos x)^2 - \cos x = 0, \quad (\sin x)^2 - 3 \cos x - 3 = 0, \\ \sin x \cos x + (\cos x)^2 = 0, \quad (\cos x)^2 + 2 \sin x \cos x - (\sin x)^2 = 0, \quad 3(\cos x)^2 - \sin x \cos x - 1 = 0.\end{aligned}$$

Esercizio 5 Risolvere in $[0, 2\pi]$ le seguenti disequazioni:

$$\begin{aligned}\sin x > \frac{1}{2}, \quad 2 \cos x < \sqrt{3}, \quad \tan x \leq \sqrt{2} - 1, \quad (\sin x)^2 < \frac{1}{4} \\ 4(\sin x)^2 - 3 \geq 0, \quad 2(\cos x)^2 - 1 > 0, \quad 2(\sin x)^2 - \sin x > 0, \quad \cos x + \sin(2x) > 0, \\ \frac{2 \sin x - 1}{2 \sin x + 1} < 0, \quad \frac{\cos x}{2 \cos x - 1} > 0, \quad \frac{1}{\sin x - \cos x} > 0, \quad \frac{1 - 4(\sin x)^2}{1 + 4(\sin x)^2} \geq 0.\end{aligned}$$