

MATEMATICA A
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 23.9.2004 – a.a. 782°

TEMA 1

1) [9 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x|}{1 - \cos x}, \quad \text{in } I = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi \right]$$

(determinare il dominio D (in I); calcolare i limiti per x che tende agli estremi del dominio; studiare la monotonia di f e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui f è derivabile e calcolare i limiti di f' per x che tende agli estremi del suo dominio; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di f).

2) [7 punti] Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $\varphi(x) = \alpha \tan x$ sia soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = 2 \tan^3 x + \tan^2 x + 1; \quad (1)$$

Determinare poi la soluzione di (1) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3) [10 punti] Dato l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha}{1 + 1/x^2} \arctan \frac{1}{x} dx,$$

- a) si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che risulti convergente;
- b) lo si calcoli per $\alpha = -2$.

4) [4 punti] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 + 5 = |z - 3i|^2.$$

Tempo: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 23.9.2004 – a.a. 782°

TEMA 2

1) [9 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\cos x|}{1 - \sin x}, \quad \text{in } I = [0, 2\pi]$$

(determinare il dominio D (in I); calcolare i limiti per x che tende agli estremi del dominio; studiare la monotonia di f e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui f è derivabile e calcolare i limiti di f' per x che tende agli estremi del suo dominio; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di f).

2) [7 punti] Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $\varphi(x) = \alpha \cot 2x$ sia soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 2y' - 8y = 16 \cot^3 2x - 8 \cot^2 2x - 8; \quad (1)$$

Determinare poi la soluzione di (1) che soddisfa le condizioni $y(\pi/4) = 1$, $y'(\pi/4) = 0$.

3) [10 punti] Dato l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^\alpha}{1 + 1/x} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx,$$

- a) si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che risulti convergente;
- b) lo si calcoli per $\alpha = -2$.

4) [4 punti] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 - 1 = |z - 1|^2.$$

Tempo: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A
Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 23.9.2004 – a.a. 782°

TEMA 3

1) [9 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\sin x|}{1 - \cos x}, \quad \text{in } I = [0, 2\pi]$$

(determinare il dominio D (in I); calcolare i limiti per x che tende agli estremi del dominio; studiare la monotonia di f e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui f è derivabile e calcolare i limiti di f' per x che tende agli estremi del suo dominio; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di f).

2) [7 punti] Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $\varphi(x) = \alpha \sin^4 x$ sia soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' - 5y' + 4y = 3 \sin^2 x \cos^2 x - 5 \sin^3 x \cos x; \quad (1)$$

Determinare poi la soluzione di (1) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

3) [10 punti] Dato l'integrale generalizzato

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(1 + \sin x)[\log(1 + \sin x)]^\alpha} dx,$$

- a) si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che risulti convergente;
- b) lo si calcoli per $\alpha = 2/3$.

4) [4 punti] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 + 2 = |z - 2|^2.$$

Tempo: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta – 23.9.2004 – a.a. 782°

TEMA 4

1) [9 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{|\cos x|}{1 - \sin x}, \quad \text{in } I = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi \right]$$

(determinare il dominio D (in I); calcolare i limiti per x che tende agli estremi del dominio; studiare la monotonia di f e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui f è derivabile e calcolare i limiti di f' per x che tende agli estremi del suo dominio; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di f).

2) [7 punti] Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $\varphi(x) = \alpha \cos^3 x$ sia soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y' + 3y = 2 \sin^2 x \cos x - 4 \cos^2 x \sin x; \quad (1)$$

Determinare poi la soluzione di (1) che soddisfa le condizioni $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

3) [10 punti] Dato l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{e^x}{[(e^x - 1)^2 + 1][\arctan(e^x - 1)]^\alpha} dx,$$

- a) si determinino tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che risulti convergente;
- b) lo si calcoli per $\alpha = 1/3$.

4) [4 punti] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 - 3 = |z + 1|^2.$$

Tempo: due ore e mezza.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.