

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

## TEMA 1

### Esercizio 1 (5 punti)

Risolvere l'equazione nella variabile  $z \in \mathbb{C}$

$$10z^2 + 15z\bar{z} = 12 - 20z.$$

### Esercizio 2 (11 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - x.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico]

### Esercizio 3 (7 punti)

Trovare  $a, b \in \mathbb{R}$  affinché la funzione  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} (a+1) \arcsin x - 6(b+3) \sin x & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ 2a(x^4 + x) - (b+3)(\sqrt{x} + \tan x) & \text{se } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in  $x_0 = 0$ .

### Esercizio 4 (7 punti)

Stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha > 0$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \left| e^{\frac{1}{2n^\alpha}} - \cosh \frac{1}{n} \right|.$$

### Esercizio facoltativo

**N.B.:** da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi. Non influisce sul superamento della prova.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzione tale che

$$f(x) = x^2 + o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Allora, in generale, è vero o falso che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ?

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

## TEMA 2

### Esercizio 1 (5 punti)

Risolvere l'equazione nella variabile  $z \in \mathbb{C}$

$$2iz\bar{z} + iz^2 = 4z + 21i.$$

### Esercizio 2 (11 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + x} - 2x.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico]

### Esercizio 3 (7 punti)

Trovare  $a, b \in \mathbb{R}$  affinché la funzione  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} (3b - 1) \sinh x - 2(a + 1) \cos 3x & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ b(x^2 + x) - (a + 1) \sin \frac{1}{x} & \text{se } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in  $x_0 = 0$ .

### Esercizio 4 (7 punti)

Stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha > 0$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \left| \sinh \frac{1}{n} - \log \left( 1 + \frac{1}{n^\alpha} \right) \right|.$$

### Esercizio facoltativo

**N.B.:** da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi. Non influisce sul superamento della prova.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzione tale che

$$f(x) = x^3 + o(x^3) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Allora, in generale, è vero o falso che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ?

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

## TEMA 3

### Esercizio 1 (5 punti)

Risolvere l'equazione nella variabile  $z \in \mathbb{C}$

$$z^2 + 2|z|^2 = 2z + 5.$$

### Esercizio 2 (11 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \sqrt{2}x - \sqrt{2x^2 - 4x}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico]

### Esercizio 3 (7 punti)

Trovare  $a, b \in \mathbb{R}$  affinché la funzione  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} (2a + 3)(x^3 - x) + (b + 1)(\sin x^2 + \sqrt{-x}) & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ (a - 1) \arctan x + (b + 1) \log(2x + 1) & \text{se } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in  $x_0 = 0$ .

### Esercizio 4 (7 punti)

Stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha > 0$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left| \sin \frac{1}{n^\alpha} - \sinh \frac{1}{n^3} \right|.$$

### Esercizio facoltativo

**N.B.:** da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi. Non influisce sul superamento della prova.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzione tale che

$$f(x) = x^4 + o(x^4) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Allora, in generale, è vero o falso che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ?

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

# MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

## TEMA 4

### Esercizio 1 (5 punti)

Risolvere l'equazione nella variabile  $z \in \mathbb{C}$

$$z^2 + 7|z|^2 = 4iz + 42.$$

### Esercizio 2 (11 punti)

Studiare la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3x^2 + 2x}.$$

[Dominio, segno, limiti ed eventuali asintoti, continuità, derivabilità e eventuali limiti della derivata prima, monotonia, punti di estremo relativo ed assoluto, abbozzo del grafico]

### Esercizio 3 (7 punti)

Trovare  $a, b \in \mathbb{R}$  affinché la funzione  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} b(x^4 + 3x) + (2 - a) \cos \frac{1}{x} & \text{se } -1 \leq x < 0, \\ (2b + 3)(e^x - 1) + (2 - a) \tan 3x & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in  $x_0 = 0$ .

### Esercizio 4 (7 punti)

Stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha > 0$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 \left| \sin \frac{1}{n^4} - e^{\frac{1}{n^\alpha}} + 1 \right|.$$

### Esercizio facoltativo

**N.B.:** da svolgersi per ultimo, terminati gli altri esercizi. Non influisce sul superamento della prova.

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzione tale che

$$f(x) = x^5 + o(x^5) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Allora, in generale, è vero o falso che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ?

---

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.