

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 23 Settembre 2005 (a.a. 783°)

TEMA 1

Esercizio 1 (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2x} + \sin(e^x)}{e^{x \log x} + 3x}.$$

Esercizio 2 (6 punti)

Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt[3]{\sin\left(\frac{1}{n+1}\right)}.$$

Esercizio 3 (6 punti)

Sia data la funzione

$$f(x) = (x^2 + 2x - 3)e^{x^2+2x}, \quad x \in [-1, 1].$$

Calcolare i punti di massimo e minimo (assoluti e relativi) e i valori massimo e minimo della funzione f sull'intervallo $[-1, 1]$.

Esercizio 4 (10 punti)

Sia

$$f_\alpha(x) = \frac{\arctan \sqrt{x-1}}{(x-1)^\alpha}, \quad x > 1.$$

- i) Determinare le primitive di f_2 (cioè per $\alpha = 2$);
- ii) Determinare per quali $\alpha > 0$ esistono i seguenti integrali generalizzati (impropri)

$$\int_1^2 f_\alpha(x) dx, \quad \int_2^{+\infty} f_\alpha(x) dx, \quad \int_1^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 23 Settembre 2005 (a.a. 783°)

TEMA 2

Esercizio 1 (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x)^x + \arctan(3^x)}{x^2 + 2^x \log x}$$

Esercizio 2 (6 punti)

Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt[5]{\sinh\left(\frac{1}{n+1}\right)}.$$

Esercizio 3 (6 punti)

Sia data la funzione

$$f(x) = \left(x^2 + 4x + \frac{7}{4}\right) e^{x^2+4x}, \quad x \in [-7/2, -2].$$

Calcolare i punti di massimo e minimo (assoluti e relativi) e i valori massimo e minimo della funzione f sull'intervallo $[-7/2, -2]$.

Esercizio 4 (10 punti)

Sia

$$f_\alpha(x) = \frac{\arctan \sqrt[3]{x-2}}{(x-2)^\alpha}, \quad x > 2.$$

- i) Determinare le primitive di $f_{4/3}$ (cioè per $\alpha = \frac{4}{3}$);
- ii) Determinare per quali $\alpha > 0$ esistono i seguenti integrali generalizzati (impropri)

$$\int_2^3 f_\alpha(x) dx, \quad \int_3^{+\infty} f_\alpha(x) dx, \quad \int_2^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 23 Settembre 2005 (a.a. 783°)

TEMA 3

Esercizio 1 (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^{3x}}{3^x + \cos(2^x)}$$

Esercizio 2 (6 punti)

Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\arctan\left(\frac{2}{n}\right)}.$$

Esercizio 3 (6 punti)

Sia data la funzione

$$f(x) = (-2x^2 + 4x + 6)e^{x^2 - 2x}, \quad x \in [-1, 1].$$

Calcolare i punti di massimo e minimo (assoluti e relativi) e i valori massimo e minimo della funzione f sull'intervallo $[-1, 1]$.

Esercizio 4 (10 punti)

Sia

$$f_\alpha(x) = \frac{\arctan \sqrt[4]{x-3}}{(x-3)^\alpha}, \quad x > 3.$$

- Determinare le primitive di $f_{5/4}$ (cioè per $\alpha = \frac{5}{4}$);
- Determinare per quali $\alpha > 0$ esistono i seguenti integrali generalizzati (impropri)

$$\int_3^4 f_\alpha(x) dx, \quad \int_4^{+\infty} f_\alpha(x) dx, \quad \int_3^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 23 Settembre 2005 (a.a. 783°)

TEMA 4

Esercizio 1 (8 punti)

Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x)^x + e^x}{x^x + \arctan(5^x)}$$

Esercizio 2 (6 punti)

Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right).$$

Esercizio 3 (6 punti)

Sia data la funzione

$$f(x) = (-4x^2 + 16x - 7)e^{x^2 - 4x}, \quad x \in [2, 7/2].$$

Calcolare i punti di massimo e minimo (assoluti e relativi) e i valori massimo e minimo della funzione f sull'intervallo $[2, 7/2]$.

Esercizio 4 (10 punti)

Sia

$$f_\alpha(x) = \frac{\arctan \sqrt[5]{x-4}}{(x-4)^\alpha}, \quad x > 4.$$

- i) Determinare le primitive di $f_{6/5}$ (cioè per $\alpha = \frac{6}{5}$);
- ii) Determinare per quali $\alpha > 0$ esistono i seguenti integrali generalizzati (impropri)

$$\int_4^5 f_\alpha(x) dx, \quad \int_5^{+\infty} f_\alpha(x) dx, \quad \int_4^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.