

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 10 Gennaio 2005 (a.a. 783°)

TEMA 1

Esercizio 1

Risolvere l'equazione di variabile complessa

$$z^2 - \frac{(z - \bar{z})^2}{4} + (\operatorname{Re} z) [\operatorname{Im}(z^2)] = 0,$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 2

Sia

$$f(x) := \arctan \left(x e^{\frac{1}{x+1}} \right).$$

- i) Determinare il dominio D di f , il segno di f ed il comportamento agli estremi di D (compresi eventuali asintoti).
- ii) Dire in quali parti di D la funzione è continua e dove è derivabile. Calcolare, per tali punti, f' .
- iii) Determinare la monotonia di f ed individuare eventuali massimi e minimi, specificando se si tratta di estremi relativi (locali) o assoluti (globali).
- iv) Con le informazioni raccolte tracciare un grafico di f .
- v) **Facoltativo:** dire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$f(x) = \alpha.$$

Giustificare rigorosamente la risposta.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 2y + 10) \arctan x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 4

Calcolare il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) - \sinh(x^2)}{x^2 [\log(1 + 2x^4) - (\cos(2x^2) - 1)]}.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 10 Gennaio 2005 (a.a. 783°)

TEMA 2

Esercizio 1

Risolvere l'equazione di variabile complessa

$$(z - \bar{z})^2 (\operatorname{Re} z) + z^2 + (\operatorname{Im} z)^2 = 0,$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 2

Sia

$$f(x) := \arctan \left((x-1)e^{-\frac{1}{x}} \right).$$

- i) Determinare il dominio D di f , il segno di f ed il comportamento agli estremi di D (compresi eventuali asintoti).
- ii) Dire in quali parti di D la funzione è continua e dove è derivabile. Calcolare, per tali punti, f' .
- iii) Determinare la monotonia di f ed individuare eventuali massimi e minimi, specificando se si tratta di estremi relativi (locali) o assoluti (globali).
- iv) Con le informazioni raccolte tracciare un grafico di f .
- v) **Facoltativo:** dire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$f(x) = \alpha.$$

Giustificare rigorosamente la risposta.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 + y - 6}{5} \log(x+1), \\ y(0) = -1/2. \end{cases}$$

Esercizio 4

Calcolare il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)(\cos x - e^{-x^2})}{\cosh x + \cos x - 2}.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 10 Gennaio 2005 (a.a. 783°)

TEMA 3

Esercizio 1

Risolvere l'equazione di variabile complessa

$$(\operatorname{Im} z)[\operatorname{Im}(z^2)] - z^2 + |z|^2 = 0,$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 2

Sia

$$f(x) := \arctan\left(xe^{-\frac{1}{x-1}}\right).$$

- i) Determinare il dominio D di f , il segno di f ed il comportamento agli estremi di D (compresi eventuali asintoti).
- ii) Dire in quali parti di D la funzione è continua e dove è derivabile. Calcolare, per tali punti, f' .
- iii) Determinare la monotonia di f ed individuare eventuali massimi e minimi, specificando se si tratta di estremi relativi (locali) o assoluti (globali).
- iv) Con le informazioni raccolte tracciare un grafico di f .
- v) **Facoltativo:** dire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$f(x) = \alpha.$$

Giustificare rigorosamente la risposta.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 4y + 8) \arccos x, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Esercizio 4

Calcolare il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^3) - e^{x^3} + 1}{x^4 \sinh(x^2) - (\sin x^4)(\cos x - 1)}.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 10 Gennaio 2005 (a.a. 783°)

TEMA 4

Esercizio 1

Risolvere l'equazione di variabile complessa

$$(\operatorname{Re} z)[\operatorname{Im}(z^2)] + z^2 + |z|^2 = 0,$$

e disegnare le soluzioni sul piano di Gauss.

Esercizio 2

Sia

$$f(x) := \arctan\left((x+1)e^{\frac{1}{x}}\right).$$

- i) Determinare il dominio D di f , il segno di f ed il comportamento agli estremi di D (compresi eventuali asintoti).
- ii) Dire in quali parti di D la funzione è continua e dove è derivabile. Calcolare, per tali punti, f' .
- iii) Determinare la monotonia di f ed individuare eventuali massimi e minimi, specificando se si tratta di estremi relativi (locali) o assoluti (globali).
- iv) Con le informazioni raccolte tracciare un grafico di f .
- v) **Facoltativo:** dire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$f(x) = \alpha.$$

Giustificare rigorosamente la risposta.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - y - 2}{3} \arcsin x, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

Esercizio 4

Calcolare il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{x^7} - \cos(x^4) + 1 - x}{\sinh x^4 - \log(1 + x^4)}.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.