

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Seconda prova di accertamento - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

TEMA 1

Esercizio 1

Data l'equazione differenziale

$$y'' + \lambda y' - 12y = 256x^2 e^{8x^2 - 2x},$$

si determini $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $g(x) = e^{8x^2 - 2x}$ ne sia una soluzione particolare. Per tale valore di λ determinare la soluzione (integrale) generale dell'equazione differenziale.

Esercizio 2

Per $\alpha > 0$ sia data la funzione

$$f_\alpha(x) := \frac{e^{2x} + e^x}{(e^{2x} - 2e^x + 2)^{3\alpha}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) Calcolare una primitiva di f_α nel caso $\alpha = 1/3$.

ii) Calcolare l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} - 2e^x + 2} dx.$$

iii) Determinare i valori di $\alpha > 0$ tali che esiste finito l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = 2 \log x - \log |\log x|.$$

Dominio, limiti ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi ed assoluti, disegno del grafico. (log indica il logaritmo naturale.)

È facoltativo e non influisce sul superamento della prova scritta lo studio della derivata seconda.

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Seconda prova di accertamento - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

TEMA 2

Esercizio 1

Data l'equazione differenziale

$$y'' + 2y' + \lambda y = 256x^2 e^{-8x^2 - x},$$

si determini $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $g(x) = e^{-8x^2 - x}$ ne sia una soluzione particolare. Per tale valore di λ determinare la soluzione (integrale) generale dell'equazione differenziale.

Esercizio 2

Per $\alpha > 0$ sia data la funzione

$$f_\alpha(x) := \frac{e^{2x} - e^x}{(e^{2x} + 2e^x + 2)^{\frac{\alpha}{2}}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) Calcolare una primitiva di f_α nel caso $\alpha = 2$.

ii) Calcolare l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^{2x} - e^x}{e^{2x} + 2e^x + 2} dx.$$

iii) Determinare i valori di $\alpha > 0$ tali che esiste finito l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = 3 \log(x + 1) + \log |\log(x + 1)|.$$

Dominio, limiti ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi ed assoluti, disegno del grafico. (log indica il logaritmo naturale.)

È facoltativo e non influisce sul superamento della prova scritta lo studio della derivata seconda.

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Seconda prova di accertamento - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

TEMA 3

Esercizio 1

Data l'equazione differenziale

$$y'' + \lambda y' + 21y = 16x^2 e^{2x^2+5x},$$

si determini $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $g(x) = e^{2x^2+5x}$ ne sia una soluzione particolare. Per tale valore di λ determinare la soluzione (integrale) generale dell'equazione differenziale.

Esercizio 2

Per $\alpha > 0$ sia data la funzione

$$f_\alpha(x) := \frac{3e^{2x} + 6e^x}{(e^{2x} - 4e^x + 8)^{\frac{\alpha}{3}}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) Calcolare una primitiva di f_α nel caso $\alpha = 3$.

ii) Calcolare l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{3e^{2x} + 6e^x}{e^{2x} - 4e^x + 8} dx.$$

iii) Determinare i valori di $\alpha > 0$ tali che esiste finito l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = \log x + 3 \log |\log x|.$$

Dominio, limiti ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi ed assoluti, disegno del grafico. (log indica il logaritmo naturale.)

È facoltativo e non influisce sul superamento della prova scritta lo studio della derivata seconda.

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Seconda prova di accertamento - 16 Dicembre 2004 (a.a. 783°)

TEMA 4

Esercizio 1

Data l'equazione differenziale

$$y'' - 6y' + \lambda y = 16x^2 e^{-2x^2+3x},$$

si determini $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione $g(x) = e^{-2x^2+3x}$ ne sia una soluzione particolare. Per tale valore di λ determinare la soluzione (integrale) generale dell'equazione differenziale.

Esercizio 2

Per $\alpha > 0$ sia data la funzione

$$f_\alpha(x) := \frac{3e^{2x} - 6e^x}{(e^{2x} + 4e^x + 8)^{2\alpha}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

i) Calcolare una primitiva di f_α nel caso $\alpha = 1/2$.

ii) Calcolare l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{3e^{2x} - 6e^x}{e^{2x} + 4e^x + 8} dx.$$

iii) Determinare i valori di $\alpha > 0$ tali che esiste finito l'integrale improprio (generalizzato)

$$\int_0^{+\infty} f_\alpha(x) dx.$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x-1) - 4 \log |\log(x-1)|.$$

Dominio, limiti ed eventuali asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi ed assoluti, disegno del grafico. (log indica il logaritmo naturale.)

È facoltativo e non influisce sul superamento della prova scritta lo studio della derivata seconda.

Tempo a disposizione: un'ora e 45 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.