

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Dicembre 2005 (a.a. 784°)

TEMA 1 - P

Esercizio 1 (6 punti)

Determinare $\lambda \in \mathbb{C}$ in modo che $z_0 = -2i$ sia radice del polinomio complesso

$$P(z) = z^7 + \lambda z^6 - 8iz^4 + 16z^3.$$

Per tale λ trovare tutte le radici di $P(z)$ in forma algebrica.

Esercizio 2 (9 punti)

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 2 \arcsin \frac{1}{\cosh(x+1)} - x.$$

1. Determinare il dominio D di f ed i limiti agli estremi di D , compresi eventuali asintoti.
2. Determinare gli insiemi dove f è continua, dove è derivabile e stabilire la natura di eventuali punti di non derivabilità.
3. Determinare gli intervalli di monotonia con eventuali punti di estremo relativo ed assoluto.
4. Abbozzare il grafico di f .
5. Dimostrare che f ha un solo zero (facoltativo).

N.B.: può essere utile ricordare che $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Esercizio 3 (9 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right),$$

1. scrivere il polinomio di Taylor di grado (ordine) 2 e centro $x_0 = 0$;
2. stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/3} \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \right] (e^{2x} - 1)^\alpha dx.$$

Esercizio 4 (6 punti)

Calcolare

$$\int_0^1 x \arctan(x+1) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Dicembre 2005 (a.a. 784°)

TEMA 2 - P

Esercizio 1 (6 punti)

Determinare $\lambda \in \mathbb{C}$ in modo che $z_0 = -i$ sia radice del polinomio complesso

$$P(z) = z^8 + iz^7 + 2iz^5 + \lambda z^4.$$

Per tale λ trovare tutte le radici di $P(z)$ in forma algebrica.

Esercizio 2 (9 punti)

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 2 \arcsin \frac{1}{\cosh(x-1)} + x.$$

1. Determinare il dominio D di f ed i limiti agli estremi di D , compresi eventuali asintoti.
2. Determinare gli insiemi dove f è continua, dove è derivabile e stabilire la natura di eventuali punti di non derivabilità.
3. Determinare gli intervalli di monotonia con eventuali punti di estremo relativo ed assoluto.
4. Abbozzare il grafico di f .
5. Dimostrare che f ha un solo zero (facoltativo).

N.B.: può essere utile ricordare che $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Esercizio 3 (9 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right),$$

1. scrivere il polinomio di Taylor di grado (ordine) 2 e centro $x_0 = 0$;
2. stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{(1 - e^{-2x})^{2\alpha}} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}x - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right] dx.$$

Esercizio 4 (6 punti)

Calcolare

$$\int_0^1 x \arctan(1-x) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Dicembre 2005 (a.a. 784°)

TEMA 3 - P

Esercizio 1 (6 punti)

Determinare $\lambda \in \mathbb{C}$ in modo che $z_0 = 3i$ sia radice del polinomio complesso

$$P(z) = z^7 - 3iz^6 + \lambda z^3 - 48iz^2.$$

Per tale λ trovare tutte le radici di $P(z)$ in forma algebrica.

Esercizio 2 (9 punti)

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 2 \arccos \frac{1}{\cosh(x+1)} + x.$$

1. Determinare il dominio D di f ed i limiti agli estremi di D , compresi eventuali asintoti.
2. Determinare gli insiemi dove f è continua, dove è derivabile e stabilire la natura di eventuali punti di non derivabilità.
3. Determinare gli intervalli di monotonia con eventuali punti di estremo relativo ed assoluto.
4. Abbozzare il grafico di f .
5. Dimostrare che f ha un solo zero (facoltativo).

N.B.: può essere utile ricordare che $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Esercizio 3 (9 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right),$$

1. scrivere il polinomio di Taylor di grado (ordine) 2 e centro $x_0 = 0$;
2. stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{(e^{3x} - 1)^\alpha} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}x - \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right] dx.$$

Esercizio 4 (6 punti)

Calcolare

$$\int_0^1 x \log(2 + x^2) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.

MATEMATICA A

Area dell'Ingegneria dell'Informazione

Prova scritta - 12 Dicembre 2005 (a.a. 784°)

TEMA 4 - P

Esercizio 1 (6 punti)

Determinare $\lambda \in \mathbb{C}$ in modo che $z_0 = 2i$ sia radice del polinomio complesso

$$P(z) = z^8 - 2iz^7 + \lambda z^4 + 18iz^3.$$

Per tale λ trovare tutte le radici di $P(z)$ in forma algebrica.

Esercizio 2 (9 punti)

Sia f la funzione definita da

$$f(x) = 2 \arccos \frac{1}{\cosh(x-1)} - x.$$

1. Determinare il dominio D di f ed i limiti agli estremi di D , compresi eventuali asintoti.
2. Determinare gli insiemi dove f è continua, dove è derivabile e stabilire la natura di eventuali punti di non derivabilità.
3. Determinare gli intervalli di monotonia con eventuali punti di estremo relativo ed assoluto.
4. Abbozzare il grafico di f .
5. Dimostrare che f ha un solo zero (facoltativo).

N.B.: può essere utile ricordare che $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

Esercizio 3 (9 punti)

Data la funzione

$$f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right),$$

1. scrivere il polinomio di Taylor di grado (ordine) 2 e centro $x_0 = 0$;
2. stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/6} \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right] (1 - e^{-3x})^{2\alpha} dx.$$

Esercizio 4 (6 punti)

Calcolare

$$\int_0^1 x \log(3 + x^2) dx.$$

Tempo a disposizione: due ore e 30 minuti.

Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato.

Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato.

È vietato usare libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo.

È vietato uscire dall'aula prima che sia trascorsa un'ora dall'inizio della prova.

Ogni affermazione deve essere adeguatamente giustificata.